«ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΚΑΛΑΜΑΤΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΜΟΝΑΔΩΝ ΤΟΠΙΚΗΣ
ΑΥΤΟΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΜΑ

''Στατιστική μελέτη & ανάλυση του Δήμου Εύοσμου για το έτος 2004.''

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ
Κος. Σταυρόγιαννης Σταύρος

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ
Παπαδημητρίου Αφροδίτη

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2005

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Γενικά χαρακτηριστικά του Δήμου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Μελέτη του προσωπικού του Δήμου Εύοσμου κατά ηλικία

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μελέτη προσλήψεων στο Δήμο Εύοσμου και μελλοντική εκτίμηση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Μελέτη απολαβών του προσωπικού του Δήμου Εύοσμου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Για την πραγματοποίηση αυτής της πτυχιακής εργασίας ευχαριστούμε θερμά τους υπαλλήλους του Δήμου Ευόσμου και συγκεκριμένα τον προϊστάμενο κύριο Κωστίδη Αναστάσιος την κ_a Πωλύμνια Παπαδοπούλου Και τον υπεύθυνο κ_o Γκανάτσιο Κώστα που είναι υπεύθυνος για τις κοινωνικές υποδομές του Δήμου Ευόσμου.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υπεύθυνο καθηγητή κ. Σταυρόγιαννη Σταύρο για τον χρόνο τον οποίο αφιέρωσε και την πολύτιμη καθοδήγηση του και τις οικογένειές μας για την συμπαράσταση τους.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να δούμε πως λειτουργεί ο Δήμος Εύοσμου και τις ανάγκες έχει , ώστε να αποκτήσουμε μια πλήρη και σαφή εικόνα του Δήμου.

Υπάρχουν αρκετοί λόγοι για τους οποίους αναλάβα την συγκεκριμένη εργασία. Αυτοί είναι οι εξής:

1. Θα ήταν πολύ πιο εύκολο για κάποιο φοιτητή να αναλάβει ως πτυχιακή εργασία, κάποιο θέμα που θα σχετιζόταν με το χώρο στον οποίο θα ασκούσε την εξάμηνη πρακτική του άσκηση, καθώς οι εργαζόμενοι εκεί θα τον βοηθούσαν να αντλήσει τις απαραίτητες πληροφορίες σχετικές με το θέμα που θα είχε αναλάβει.
2. Επειδή θα ήταν ενδιαφέρον να γίνει γνωστό ποια είναι η κατάσταση του Δήμου Εύοσμου όσον αφορά το εκπαιδευτικό επίπεδο του προσωπικού και τις ανάγκες που έχει από εξειδικευμένα άτομα.
3. Επειδή θα ήταν αρκετά σημαντικό να γίνει ευρύτερα γνωστό το μέσο όρο ηλικίας των εργαζομένων του Δήμου Εύοσμου, έτσι ώστε να γίνει απόλυτα κατανοητό ότι ο Δήμος έχει ανάγκη από άτομα νεαρής ηλικίας.
4. Υπήρχε ενδιαφέρον για το ποια είναι η οικονομική κατάσταση του Δήμου Εύοσμου
5. Ένας Τελευταίος λόγος είναι ότι αυτή η εργασία μπορεί να χρησιμεύσει μελλοντικά στην εκπόνηση μελλοντικών πτυχιακών.

Για την μελέτη και ανάλυση του Δήμου Εύοσμου χρησιμοποιήθηκε ερωτηματολόγιο το οποίο επισυνάπτεται στο παράρτημα της Πτυχιακής Εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Τι είναι Στατιστική και ποιο είναι το αντικείμενο αυτής

Στατιστική είναι η επιστήμη που ασχολείται με τις επιστημονικές μεθόδους συλλογής, οργάνωσης, παρουσίασης και ανάλυσης των αριθμητικών εκείνων στοιχείων που αναφέρονται σε χαρακτηριστικές ιδιότητες διαφόρων οικονομικών, κοινωνικών, δημογραφικών, φυσικών κλπ. φαινομένων και έχει ως σκοπό τη συστηματική μελέτη αυτών των στοιχείων για την κατάληξη σε γενικά συμπεράσματα, που είναι χρήσιμα στη διαδικασία της λήψης ορθών αποφάσεων.

Το αντικείμενο της στατιστικής επιστήμης συνίσταται σήμερα στην αποτελεσματική αξιοποίηση πληροφοριών μετά από κατάλληλη κατά περίπτωση συλλογή, επεξεργασία, οργάνωση, παρουσίαση και ανάλυση αριθμητικών δεδομένων, έτσι ώστε να διευκολύνεται είτε ο δημόσιος είτε ο ιδιωτικός τομέας στη σωστή λήψη μέτρων και αποφάσεων.

Από το γενικό αυτό ορισμό γίνεται φανερό, ότι η στατιστική επιστήμη ως καθαρά εφαρμοσμένη επιστήμη χρησιμεύει ευρύτατα στη διερεύνηση προβλημάτων όλων σχεδόν των τομέων της ανθρώπινης έρευνας και δραστηριότητας. Η Στατιστική είναι απαραίτητη στη Διοίκηση γενικά, όπου η λήψη ορθών αποφάσεων έχει μεγάλη σημασία για τη πρόοδο ενός κράτους το οποίο εάν είναι καλά οργανωμένο οφείλει να γνωρίζει κάθε στιγμή τον πληθυσμό της χώρας, την κατανομή του πληθυσμού κατά φύλλο, ηλικία, επάγγελμα κ.λπ. καθώς και την κίνηση και πιθανή εξέλιξή του. Πρέπει επίσης να παρακολουθεί τόσο τα οικονομικά φαινόμενα της χώρας (παραγωγή, εισαγωγές και εξαγωγές, κίνηση και εμπορία των αγαθών κλπ.) όσο και τα διοικητικά και κοινωνικά φαινόμενα της χώρας (διοίκηση, εργασία, δημόσια υγεία, πρόνοια, κοινωνικές ασφαλίσεις, εκπαίδευση, δικαιοσύνη, στέγαση, κατάρτιση τιμαρίθμου κόστους ζωής κ.λπ).

Για το σκοπό αυτό, κάθε Κράτος έχει μία Στατιστική Υπηρεσία, η οποία συγκεντρώνει τα απαραίτητα στοιχεία και παρακολουθεί την εξέλιξη των παραπάνω φαινόμένων. Μια τέτοια υπηρεσία πρέπει να είναι καλά οργανωμένη και να διαθέτει ένα πλούσιο κεντρικό αρχείο στατιστικών στοιχείων, από το οποίο θα αντλεί χρήσιμες πληροφορίες κάθε διοικητικός παράγοντας του Κράτους κάθε ερευνητής.

Επίσης, η στατιστική επιστήμη με τη μορφή της Στατιστικής των Επιχειρήσεων είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη διαφόρων προβλημάτων της ιδιωτικής πρωτοβουλίας και ειδικότερα της επιχειρηματικής δραστηριότητας, όπως για την παρακολούθηση των αγορών, των πωλήσεων και των κερδών μιας επιχείρησης, για τον έλεγχο της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων, για την άσκηση σωστής τιμολογιακής, επενδυτικής, πιστωτικής πολιτικής κ.λπ. Γι' αυτό και δεν υπάρχει σήμερα στις σύγχρονες επιχειρήσεις κανένας τομέας που να μην χρησιμοποιεί τις στατιστικές μεθόδους στη λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων.

Μεγάλη σημασία έχει η εφαρμογή της Στατιστικής στη Δημογραφία, όπου η μελέτη της γαμηλιότητας, της γεννητικότητας, της θνησιμότητας, της μετανάστευσης κ.λπ. απαιτεί μακροχρόνιες στατιστικές παρατηρήσεις και επίμονες αναλύσεις.

Επίσης, η Στατιστική εφαρμόζεται σήμερα στην Ιατρική, Φυσική, Γενετική, Αστρονομία, Βιολογία, Μετεωρολογία Βιομηχανία, Ψυχολογία, Γεωργία και τις κοινωνικές επιστήμες. Τέλος, η Στατιστική βρίσκει πολύ μεγάλη εφαρμογή και στον οικονομικό τομέα, όπου η παρακολούθηση του γενικού επιπέδου των τιμών, του εθνικού εισοδήματος, της νομισματικής ισοτιμίας και των οικονομικών διακυμάνσεων, της απασχόλησης, της παραγωγικότητας, της κατάρτισης δεικτών οικονομικής δραστηριότητας, των εθνικών πόρων και της εθνικής δαπάνης, είναι αντικείμενα στατιστικής επεξεργασίας.

Ύστερα από όλα αυτά καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η Στατιστική είναι πολύ χρήσιμη σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας και η χρησιμότητα της φαίνεται από το γεγονός ότι η Στατιστική διδάσκεται σήμερα σχεδόν σε όλες τις Ανώτατες και Ανώτερες Σχολές της χώρας μας.

Μία επιστήμη που χρησιμοποιεί η Στατιστική είναι η Πληροφορική. Η πληροφορική αποτελεί σημαντικό και αναπόσπαστο μέρος της Στατιστικής αφού τη στηρίζει μέσω κάποιων προγραμμάτων.

Η συμβολή της πληροφορικής στη Στατιστική είναι πολύ σημαντική αφού αυτή βοηθάει:

1. Στον υπολογισμό κάποιων τύπων
2. Στην εκτέλεση κάποιων πράξεων
3. Στον σχολιασμό κάποιων αποτελεσμάτων

1.2 Σχέση Στατιστικής και Τοπικής Αυτοδιοίκησης

Ύστερα απ' όλα αυτά τα οποία αναφέραμε παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι δύο αυτές έννοιες είναι αλληλένδετες και ότι υπάρχει άμεση και αμφίδρομη σχέση μεταξύ τους αφού η μία διευκολύνει την άλλη σε πολύ μεγάλο βαθμό.

Η συμβολή της Στατιστικής στο Δημόσιο τομέα και άρα και στη Τοπική Αυτοδιοίκηση είναι πολύ μεγάλη γιατί όπως αναφέραμε και παραπάνω η Στατιστική βοηθά τη Τοπική Αυτοδιοίκηση στην ορθή λήψη αποφάσεων και μέτρων που πρέπει να πάρει ο φορέας προκειμένου να αντιμετωπιστεί ένα πρόβλημα με επιτυχία.

Τη συμβολή της Στατιστικής στη Τοπική Αυτοδιοίκηση θα μπορούσαμε να τη καταλάβουμε καλύτερα μέσα από ένα παράδειγμα.

Ας υποθέσουμε ότι η Τοπική Αυτοδιοίκηση ενδιαφέρεται για τη μελέτη της ατμοσφαιρικής ρύπανσης της πρωτεύουσας προκειμένου να λάβει τα αναγκαία μέτρα για την όσο γίνεται καλύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος.

Η παρεμβολή της Στατιστικής συνίσταται:

1) Στη συλλογή των απαραίτητων στοιχείων μετά από κατάλληλες μετρήσεις επί των διαφόρων ρύπων της ατμόσφαιρας

2) Στην κατάλληλη επεξεργασία και οργάνωση των δεδομένων.

3) Στην παρουσίαση των δεδομένων με κατάλληλους πίνακες και διαγράμματα.

4) Στη σε βάθος ανάλυση και με χρήση κατάλληλων στατιστικών μεθόδων του όλου προβλήματος. προκειμένου να προκύψουν τα σχετικά συμπεράσματα.

5) Στην εισήγηση για τα συγκεκριμένα μέτρα που πρέπει να πάρει ο η Τοπική Αυτοδιοίκηση για να αντιμετωπιστεί με επιτυχία το πρόβλημα.

Σε πολλές περιπτώσεις όμως πολλά στατιστικά στοιχεία συλλέγονται σε μόνιμη βάση από τη Τοπική Αυτοδιοίκηση. Τέτοια στοιχεία μπορούν να είναι στοιχεία που αναφέρονται π.χ. σε γεννήσεις , θανάτους, γάμους κ.λ.π- δηλαδή δημογραφικά στοιχεία, τα οποία συγκεντρώνονται στα ληξιαρχεία της χώρας.

Άρα και ο ρόλος της Τοπικής Αυτοδιοίκησης σε σχέση με τη Στατιστική είναι πολύ σπουδαίος αφού παρέχει αρκετά στοιχεία που είναι χρήσιμα στις διάφορες στατιστικές μελέτες που γίνονται σε καθημερινή βάση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Τεχνικές συλλογής και ανάλυσης στατιστικών στοιχείων

2. 1 Τεχνικές συλλογής στατιστικών στοιχείων

Το πρώτο στάδιο για την στατιστική μελέτη ενός προβλήματος, είναι η συλλογή των αριθμητικών στοιχείων, δηλαδή η συγκέντρωση των παρατηρήσεων που αναφέρονται στις μεταβλητές. ως προς τις οποίες πρόκειται να εξετάσουμε τον πληθυσμό.

Η συγκέντρωση των στατιστικών στοιχείων μπορεί να γίνει από πολλές πηγές, π.χ. από διάφορα κέντρα και Ινστιτούτα ερευνών, από Δημόσιους και Ιδιωτικούς Οργανισμούς, από Βιομηχανικά και Εμπορικά Επιμελητήρια, από Τράπεζες, Δημόσιες Υπηρεσίες, Διεθνείς Οργανισμούς κ.λ.π.

Στην χώρα μας η μεγαλύτερη πηγή για παροχή στατιστικών στοιχείων είναι η Εθνική Στατιστική Υπηρεσία Ελλάδας (Ε.Σ.Υ.Ε.).

Η συλλογή των στατιστικών δεδομένων γίνεται με δύο κυρίως μεθόδους, που είναι η *απογραφή* και η *δειγματοληψία.*

2.1.1 Απογραφή

Η απογραφή συνίσταται στην συγκέντρωση στοιχείων από όλες τις στατιστικές μονάδες του πληθυσμού που επιθυμούμε να μελετήσουμε.

Ανάλογα με το είδος του πληθυσμού που απογράφουμε, διακρίνουμε απογραφές γεωργίας, κτηνοτροφίας, βιομηχανικών και εμπορικών επιχειρήσεων, απογραφές πληθυσμού.

Από όλες τις μορφές των απογραφών, η απογραφή του πληθυσμού είναι η σπουδαιότερη, γιατί αποτελεί την κύρια πηγή πληροφοριών πάνω στην άποψη των δημογραφικών. οικονομικών και κοινωνικών χαρακτηριστικών.

Τα σπουδαιότερα χαρακτηριστικά ενός πληθυσμού που μελετάμε με τη βοήθεια των γενικών απογραφών είναι:

1. Η σύνθεση του πληθυσμού κατά ηλικία
2. Η οικογενειακή κατάσταση (παντρεμένοι, ανύπαντροι, χωρισμένοι, χήροι)

3 . Η σύνθεση κατά φύλο

4. Η σύνθεση κατά επάγγελμα

5. Η ανεργία και απασχόληση

6. Η εκπαίδευση

7. Η φυσική κίνηση του πληθυσμού, η μετανάστευση κ.λπ.

. **Μειονεκτήματα της απογραφής**

Η μέθοδος της απογραφής παρουσιάζει τα ακόλουθα μειονεκτήματα:

1 . Απαιτεί μεγάλο κόστος

2. Επειδή ο αριθμός των στατιστικών μονάδων και πλήθος των πληροφοριών είναι μεγάλο, η δημοσίευση των αποτελεσμάτων καθυστερεί.

3. Η απογραφή δεν γίνεται από ειδικευμένο προσωπικό και έτσι στο πλήθος των ερωτηματολογίων που συμπληρώνονται μπορεί να υπάρχουν σφάλματα των απογραφέων και, κατά συνέπεια, να έχουμε εσφαλμένη εικόνα των χαρακτηριστικών του πληθυσμού.

. **Πλεονεκτήματα της απογραφής**

Η μέθοδος της απογραφής παρουσιάζει το ακόλουθο πλεονέκτημα:

1.Προσφέρει εκτιμήσεις ή προβλέψεις πολύ κοντά στην πραγματικότητα

2.1.2 **Δειγματοληψία**

Αντίθετα με την γενική απογραφή. αν ο πληθυσμός που θέλουμε να μελετήσουμε από την άποψη ορισμένων ιδιοτήτων, αποτελεί ένα μεγάλο πλήθος στατιστικών μονάδων, όπως συνήθως συμβαίνει στην πράξη και επίσης αν η μελέτη των ιδιοτήτων καταστρέφει τις μονάδες του πληθυσμού που εξετάζουμε. τότε η γενική απογραφή είναι πρακτικά αδύνατη ή οικονομικά και χρονικά ασύμφορη.

Στις περιπτώσεις αυτές, εφαρμόζουμε την μέθοδο της **δειγματοληψίας**, που συνίσταται στην προσπάθεια να γνωρίσουμε τις ιδιότητες ενός πληθυσμού εξετάζοντας από αυτόν μόνο ένα δείγμα, το οποίο επιλέγουμε κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι πληροφορίες, οι εκτιμήσεις και τα συμπεράσματα που θα λάβουμε από αυτό να έχουν ισχύ για το σύνολο του πληθυσμού στο οποίο ανήκει το δείγμα.

•Μειονεκτήματα της δειγματοληψίας

Τα κυριότερα μειονεκτήματα της δειγματοληψίας είναι:

1. Αν οι μονάδες του πληθυσμού που ερευνούμε εμφανίζονται πολύ σπάνια, πρέπει να μελετήσουμε ένα σημαντικά μεγάλο δείγμα, αν θέλουμε να έχουμε αξιόπιστη εκτίμηση των χαρακτηριστικά ιδιοτήτων του πληθυσμού.
2. Ο σχεδιασμός και η εκτέλεση της δειγματοληψίας χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή και θα πρέπει να ακολουθηθεί αυστηρά η θεωρητική διαδικασία που επιβάλλεται για την επιλογή του δείγματος και η στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της δειγματοληψίας.
3. Διάφοροι παράγοντες, όπως η κακή σχεδίαση και η εκτέλεση της δειγματοληψίας, η μη αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος, η μη κατάλληλη μέθοδος διενέργειας της δειγματοληψίας και τα ανεπαρκή δεδομένα, οδηγούν σε αποτυχία της μερικής έρευνας.
4. Άλλο βασικό μειονέκτημα τ/ς δειγματοληψίας είναι το δειγματοληπτικά σφάλματα.

Πλεονεκτήματα της δειγματοληψίας

Παράλληλα με τα μειονεκτήματα της δειγματοληψίας υπάρχουν και μερικά πλεονεκτήματα. Τα οποία είναι:

1. Μεγαλύτερη ταχύτητα πληροφοριων

Η συλλογή του στατιστικού υλικού που χρειάζεται για να μελετηθούν οι χαρακτηριστικές ιδιότητες ενός πληθυσμού μπορεί να γίνει πιο γρήγορα με την δειγματοληψία παρά με την καθολική απογραφή των μονάδων ταυ φαινομένου που εξετάζουμε.

2. Μεγαλύτερη ακρίβεια

Σε δειγματοληπτικές έρευνες είναι δυνατόν, όταν ο αριθμός των μονάδων του πληθυσμού είναι μικρός, να αφιερωθεί περισσότερος χρόνος και μεγαλύτερη προσοχή στις συνεντεύξεις που παίρνουμε για να συμπληρώσουμε το ερωτηματολόγιο.

3. Μεγαλύτερη ευχέρεια εφαρμογής.

Η δειγματοληπτική έρευνα εφαρμόζεται σε εκείνες τις περιπτώσεις που η γενική απογραφή είναι δυνατή αλλά παράλογη.

4. Χαμηλό κόστος.

Κύριος και αντικειμενικός σκοπός κάθε δειγματοληπτικής έρευνας είναι η λήψη μιας πληροφορίας με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια και με το ελάχιστο κόστος.

5. Ολοκληρωτική δύναμη εφαρμογής της γενικής απογραφής.

Η δειγματοληπτική έρευνα μπορεί να εφαρμοστεί σε εκείνες τις περιπτώσεις που η καθολική έρευνα είναι αδύνατη.

2.1.2. 1 Ερωτηματολόγιο

Ένα βασικό στοιχείο για την επιτυχία μιας έρευνας, όταν η δειγματοληψία γίνεται από ανθρώπινους πληθυσμούς, είναι η σωστή κατασκευή του **ερωτηματολογίου.**

Το ερωτηματολόγιο είναι ένα έντυπο στο οποίο καταχωρούνται οι λαμβανόμενες πληροφορίες από τις ερευνώμενες δειγματοληπτικές μονάδες. Το ερωτηματολόγιο πρέπει να συνταχτεί με μεγάλη προσοχή από το τεχνικό προσωπικό της έρευνας.

Οι γενικές απαιτήσεις ενός καλού ερωτηματολογίου είναι:

1. Να είναι σύντομο. Μεγάλα ερωτηματολόγια δημιουργούν αίσθημα αποθάρρυνσης των ερευνητών και ερευνώμενων. Αυξάνουν το κόστος της έρευνας και λόγω των αρνήσεων ελαττώνουν την ποιότητα.
2. Να είναι εύκολο στην απάντηση.
3.. Να έχει σχεδιαστεί καλά.
4. Τα διάφορα ερωτήματα να έχουν μια λογική ακολουθία. Η συνέντευξη διεξάγεται περισσότερο ομαλά, αν κάθε ερώτηση οδηγεί φυσιολογικά στην επόμενη.
5 Να είναι δυνατή η επεξεργασία των στοιχείων.
6. Μεγάλη προσοχή πρέπει επίσης να δοθεί στην φρασεολογία των ερωτήσεων, ώστε να μην δημιουργούνται λαθεμένες εντυπώσεις για το περιεχόμενό τους.
7. Επίσης προσοχή πρέπει να δοθεί στην σειρά των ερωτήσεων, ώστε να προηγούνται οι σπουδαιότερες αλλά. και εκείνες που θα κεντρίσουν το ενδιαφέρων ή θα τονώσουν την εμπιστοσύνη του ερωτώμενου.

8. Προσοχή .επίσης πρέπει να δοθεί, ώστε να μην υπάρχει δυνατότητα δύο ή περισσοτέρων απαντήσεων για το ίδιο ερώτημα ,γιατί αυτό οδηγεί σε σφάλματα ή κάνει την ανάλυση των δεδομένων πολύπλοκη.

Σχετικά με το περιεχόμενο των ερωτήσεων θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας τα εξής:

1. <u>Την ικανότητα του ατόμου που θα ερωτηθεί.</u> Αν δηλαδή ο πληθυσμός που θα ερωτηθεί έχει τις κατάλληλες γνώσεις να απαντήσει.
2. <u>Τη θέληση του ερωτημένου.</u> Συνήθως αποφεύγονται ερωτήσεις που από το περιεχόμενό τους προξενούν έντονη κοινωνική αντίδραση.

2.1.2 Συνεχείς εγγραφές στατιστικών στοιχείων

Ο τρόπος αυτός αποβλέπει στη συνεχή καταχώρηση των στατιστικών στοιχείων σε ειδικά βιβλία ή έντυπα μόλις αυτά εμφανιστούν. Ως τέτοια παραδείγματα μπορούμε να αναφέρουμε τις καταχωρήσεις, σε ειδικά βιβλία στο ληξιαρχείο, των γεννήσεων, των θανάτων και των γάμων.

2.2 Τεχνικές ανάλυσης στατιστικών στοιχείων

2.2.1 Ο αριθμητικός μέσος (μ)

Όταν τα στατιστικά δεδομένα δίνονται σε μορφή κατανομής συχνοτήτων, διακρίνουμε δύο περιπτώσεις υπολογισμού του μέσου αριθμητικού:

1. <u>*Όταν η μεταβλητή είναι ασυνεχής*</u>

Στην περίπτωση κατά την οποία η μεταβλητή είναι ασυνεχής και κάθε τιμή της εμφανίζεται πολλές φορές, δηλαδή παρουσιάζει συχνότητα, για τον υπολογισμό του μέσου αριθμητικού πολλαπλασιάζουμε κάθε τιμή της μεταβλητής με το αντίστοιχο αριθμό συχνοτήτων και διαιρούμε το άθροισμα των γινομένων με το συνολικό αριθμό των συχνοτήτων.

Ο μέσος αριθμητικός (μ) δίνεται από τον τύπο :

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} \text{ όπου}$$

fi: Η συχνότητα που αντιστοιχεί σε κάθε τάξη,

xi: Η κεντρική τιμή των τάξεων,

$\sum f_i \cdot \chi_i$: Το άθροισμα των γινομένων της συχνότητας με την κεντρική τιμή της τάξης

2. Όταν η μεταβλητή είναι συνεχής

Στην περίπτωση αυτή όπου τα δεδομένα εμφανίζονται με μορφή κατανομής συχνοτήτων κατά τάξεις, για τον υπολογισμό του μέσου αριθμητικού, βρίσκουμε τις κεντρικές τιμές όλων των τάξεων, στην συνέχεια πολλαπλασιάζουμε τις κεντρικές τιμές με τις αντίστοιχες συχνότητες κάθε τάξης ,προσθέτουμε τα γινόμενα και διαψούμε το άθροισμά τους με το άθροισμα των συχνοτήτων.

Ο μέσος αριθμητικός συνεχούς μεταβλητής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i}$$

2.2.2 Διάμεσος(Μ)

Διάμεσος ορίζεται η στατιστική εκείνη παράμετρος η οποία χωρίζει τις τιμές της μεταβλητής σε δύο ίσες ομάδες, δηλαδή το *50%* των τιμών της μεταβλητής είναι μικρότερο ή ίσο με την τιμή της διαμέσου και το άλλο 50% μεγαλύτερο ή ίσο με αυτή.

Η διάμεσος συμβολίζεται με το γράμμα Μ

Για να υπολογίσουμε τη διάμεσο τιμή διακρίνουμε δύο περιπτώσεις

1. Την περίπτωση των αταξινόμητων παρατηρήσεων:

Στην περίπτωση των αταξινόμητων παρατηρήσεων, δηλαδή όταν το πλήθος των παρατηρήσεων δεν εμφανίζεται σε μορφή κατανομών συχνοτήτων, για τον υπολογισμό της διαμέσου διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

i. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός.

Τότε σε αυτή την περίπτωση ως διάμεσο παίρνουμε την τιμή εκείνη της μεταβλητή ς που βρίσκεται ακριβώς στο κέντρο, αφού προηγουμένως οι τιμές της μεταβλητής τοποθετηθούν κατά φυσική αύξουσα τάξη μεγέθους.

ii. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιος αριθμός.

Τότε η διάμεσος ορίζεται ως ο μέσος αριθμητικός των τιμών των δύο κεντρικών όρων.

2. <u>Την περίπτωση των ταξινομημένων παρατηρήσεων:</u>

Στην περίπτωση αυτή, οι τιμές της μεταβλητής εμφανίζονται με μορφή κατανομής συχνοτήτων.

Για τον υπολογισμό της διάμεσου διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

i. Όταν η κατανομή συχνοτήτων είναι συνεχής.

Για να υπολογίσουμε τη διάμεσο σχηματίζουμε τη δεξιόστροφη αθροιστική σειρά F1 ,F2, . . .FN των συχνοτήτων. Μετά διαιρούμε το σύνολο των παρατηρήσεων με το 2, δηλαδή N/2, και βρίσκουμε έτσι το μέσο της συνολικής συχνότητας, το οποίο αντιστοιχεί σε κάποια τάξη της κατανομής.

Ύστερα βρίσκουμε τη διάμεσο με τον παρακάτω τύπο :

$$\mathrm{M} = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) \text{όπου}$$

M:Η διάμεσος

α_{i-1} :Το κατώτερο όριο της τάξης στην οποία εντοπίζεται η διάμεσος.

f_i :Η συχνότητα της τάξης στην οποία εντοπίζεται η διάμεσος.

F_i: Η δεξιόστροφη αθροιστική συχνότητα της τάξης που προηγείται εκείνης στην οποία εντοπίζεται η διάμεσος.

δ :Το πλάτος του διαστήματος τάξης στην οποία εντοπίζεται η διάμεσος.

N :0 συνολικός αριθμός συχνοτήτων της κατανομής.

ii. Όταν η κατανομή συχνοτήτων είναι ασυνεχής

Για τον υπολογισμό της διάμεσου όταν η κατανομή παρουσιάζει συχνότητες και όχι τάξεις εργαζόμαστε ως εξής:

Σχηματίζουμε τη δεξιόστροφη αθροιστική σειρά των συχνοτήτων (F_i).Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την τιμή N/2 , όπου N το σύνολο των συχνοτήτων. Τέλος, η τιμή N/2 περιέχεται ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς όρους της αθροιστική ς σειράς (F_i),δηλαδή μεταξύ F_{i-1} και $F_i\left(F_{i-1} < \mathrm{N}/2 < F_i\right)$.Η τιμή της μεταβλητή ς που αντιστοιχεί στην τιμή F'_i είναι η τιμή της διαμέσου, δηλαδή M= χ_i

2.2.3 Πρώτο τεταρτημόριο(Q1)

Ορίζεται ως **πρώτο τεταρτημόριο** η τιμή εκείνη της μεταβλητή ς κάτω από την οποία βρίσκεται το 25% του συνόλου των παρατηρήσεων και επάνω από αυτή το 75% των παρατηρήσεων.

Για τον υπολογισμό του πρώτου τεταρτημορίου διακρίνουμε ,όπως και στη διάμεσο, δύο περιπτώσεις:

1. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων δεν εμφανίζεται σε μορφή κατανομής συχνοτήτων.

Τότε η θέση του πρώτου τεταρτημορίου καθορίζεται από τον αριθμό:

$$\frac{\mathrm{N}+1}{4}$$

2. Όταν οι τιμές των παρατηρήσεων ξεπερνούν τις 30

Σ 'αυτή την περίπτωση τοποθετούμε τις τιμές των παρατηρήσεων σε μορφή κατανομής συχνοτήτων και με παρεμβολή υπολογίζουμε τη διάμεσο με τη βοήθεια του παρακάτω τύπου, εφόσον η μεταβλητή είναι συνεχής.

$$Q=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{\mathrm{N}}{f_i}-F_{i-1}\right)$$

2.2.4 Τρίτο τεταρτημόριο (Q3)

Τρίτο τεταρτημόριο(Q3) ονομάζεται η τιμή εκείνη της μεταβλητής κάτω από την οποία βρίσκεται το 75% του συνόλου των παρατηρήσεων και επάνω από αυτή το 25%. Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

1. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι μικρό.

Τότε σ' αυτή την περίπτωση η θέση του τρίτου τεταρτημορίου καθορίζεται από τον αριθμό:

$$\frac{3(N+1)}{4}$$

2. Όταν οι τιμές των παρατηρήσεων ξεπερνούν τις 30.

Σ' αυτή την περίπτωση τοποθετούμε αυτές τις τιμές σε μορφή κατανομής συχνοτήτων και εφαρμόζουμε τον παρακάτω τύπο:

$$Q_3 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{3N}{4} - F_{i=1} \right)$$

3. Όταν η κατανομή συχνοτήτων είναι ασυνεχής.

Ο υπολογισμός του πρώτου και τρίτου τεταρτημορίου γίνεται με ανάλογο τρόπο με εκείνων της διαμέσου και με εφαρμογή ανάλογων τύπων.

2.2.5 Επικρατούσα τιμή(Mo)

Επικρατούσα τιμή ονομάζεται εκείνη η τιμή της μεταβλητής που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη συχνότητα. Η επικρατούσα τιμή συμβολίζεται με Mo. Κάθε κατανομή παρατηρήσεων που έχει μια μόνο επικρατούσα τιμή ονομάζεται μονοκόρυφη, ενώ αν έχει δύο επικρατούσες τιμές λέγεται δικόρυφη.

Στην περίπτωση που η κατανομή συχνοτήτων είναι σε μορφή τάξεων, η επικρατούσα τιμή υπολογίζεται από τον τύπο:

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} \text{ όπου:}$$

α_{i-1}: Το κατώτερο όριο της τάξης στην οποία ανήκει ο μεγαλύτερος αριθμός

συχνοτήτων,

δ : Τ ο πλάτος της τάξης,

Δ_1 :Η διαφορά μεταξύ της μέγιστης συχνότητας και της προηγούμενης

Δ_2 : Η διαφορά μεταξύ της μέγιστης συχνότητας και της επόμενης.

2.2.6 Η έννοια της διασποράς

Τα μέτρα που εξετάσαμε προηγουμένως, δηλαδή ο μέσος αριθμητικός, η διάμεσος , η επικρατούσα τιμή έχουν ως αντικειμενικό σκοπό αν αντιπροσωπεύουν ένα αριθμό παρατηρήσεων με μία μόνο παράμετρο, η οποία φανερώνει εκείνο του σημείο που συγκεντρώνονται οι τιμές της μεταβλητής του προσωπικού.

Όταν το προσωπικό εμφανίζει **ομοιομορφία** τότε η αντιπροσώπευση του προσωπικού από μία από τις πιο πάνω παραμέτρους θα έχει αξία ,ενώ αν παρουσιάζει **ανομοιομορφία** το προσωπικό, τότε τα μέτρα της κεντρικής τάσης και θέσης δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αντιπροσωπευτικοί αριθμοί του προσωπικού.

Ο βαθμός κατά τον οποίο οι διάφορες τιμές ενός πληθυσμού τείνουν να είναι διεσπαρμένες γύρω από το μέσο αριθμητικό ονομάζεται **διασπορά.**

Οι πληροφορίες που μας δίνουν οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη θέση και την τάση μιας κατανομής είναι ανεπαρκείς, γιατί δεν μας δείχνουν πως

συγκεντρώνονται οι τιμές της μεταβλητής γύρω από τους κεντρικούς μέσους όρους και γι' αυτό χρησιμοποιείτε ένας δείκτης που μας δείχνει το βαθμό συγκέντρωσης ή διασποράς των τιμών της μεταβλητή ς από τον μέσο αριθμητικό.

Η παράμετρος που δείχνει αν οι τιμές είναι συγκεντρωμένες ή διασκορπισμένες σε σχέση με το μέσο αριθμητικό λέγεται **διασπορά ή διακύμανση.**

2.2.6.1 Διακύμανση (σ^2) και Τυπική απόκλιση *(σ)*

Διακύμανση ονομάζεται ο μέσος αριθμητικός των τετραγώνων των αποκλίσεων.

Ο αριθμός της διακύμανσης μπορεί να είναι αρνητικός καθώς είναι υψωμένος στο τετράγωνο.

Επομένως **διακύμανση** ενός πλήθους παρατηρήσεων ονομάζεται ο μέσος αριθμητικός των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών των παρατηρήσεων από τον μέσο αριθμητικό.

Η διακύμανση εκφράζεται σε μονάδες, οι οποίες είναι τα τετράγωνα των αρχικών μονάδων. Αυτό που μας ενδιαφέρει να έχουμε ένα δείκτη ο οποίος να μετράει τη διασπορά και να εκφράζεται στις ίδιες μονάδες που εκφράζεται η μεταβλητή μας. Αυτός ο δείκτης είναι η τυπική απόκλιση, ο οποίος είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης.

Όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση, τόσο μεγαλύτερη είναι η διασπορά των παρατηρήσεων από τον μέσο αριθμητικό.

2.2.6.2 Υπολογισμός της Διακύμανσης και της Τυπικής απόκλισης

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

1. Αταξινόμητες παρατηρήσεις

Υποθέτουμε ότι έχουμε τις παρατηρήσεις $\chi_1, \chi_2 \ldots\ldots \chi_i \ldots\ldots \chi_N$, που ο μέσος αριθμητικός τους είναι μ.

Η διακύμανση των παραπάνω παρατηρήσεων δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\chi_i - \mu)^2}{N}$$

και η τυπική απόκλιση από τον τύπο: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\dfrac{\sum(\chi_i - \mu)^2}{N}}$

2. Ομαδοποιημένες παρατηρήσεις.

Στην περίπτωση που οι παρατηρήσεις έχουν τη μορφή κατανομής συχνοτήτων, η διακύμανση υπολογίζεται με τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i(\chi_i - \mu)}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$$

2.2.7 Συντελεστής μεταβλητικότητας (CV(X))

Το βασικό μέτρο της σχετικής διασποράς είναι *ο* **συντελεστής μεταβλητικότητας** .0 συντελεστής αυτός είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης που χρησιμοποιούμε και άρα επιτρέπει τη σύγκριση τόσο των ομοειδών όσο και των ετεροειδών κατανομών Ο συντελεστής μεταβλητικότητας δίνεται από τον τύπο:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\%$$

Από τον παραπάνω τύπο *ο* συντελεστής μεταβλητικότητας είναι το πηλίκο της τυπικής απόκλισης μιας κατανομής προς τον αριθμητικό μέσο αυτής και εκφράζει την τυπική απόκλιση ως ποσοστό επί τοις εκατό του μέσου αριθμητικού

2.2.8 Ασυμμετρία

Μια κατανομή ονομάζεται συμμετρική όταν οι τιμές της τοποθετούνται συμμετρικά γύρω από τη μέση αριθμητική τιμή.

Δύο ή περισσότερες κατανομές συχνοτήτων είναι δυνατό να έχουν την ίδια μέση τιμή και την ίδια διασπορά και να μην συμπίπτουν, αν δεν παρουσιάζουν τον ίδιο βαθμό ασυμμετρίας.

Στην περίπτωση που η καμπύλη συχνοτήτων παρουσιάζει ούρα προς τα δεξιά, η ασυμμετρία χαρακτηρίζεται ως θετική, αφού και οι σχετικοί δείκτες που τη μετρούν προκύπτουν θετικοί. Αντίθετα, στην περίπτωση που η καμπύλη παρουσιάζει ουρά προς τα αριστερά, η ασυμμετρία χαρακτηρίζεται ως αρνητική. Τέλος όλοι οι δείκτες ασυμμετρίας μηδενίζονται στη περίπτωση συμμετρικής κατανομής

Για να υπολογίσουμε την ασυμμετρία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους ακόλουθους τύπους:

$$\text{Pearson: } \beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$$

$$\text{Fisher: } \gamma_1 = \sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad \text{όπου:}$$

$$\mu_2 = (V - V_1)^2 = V_2 - V_1^2$$
$$\mu_3 = (V - V_1)^3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3$$
$$\mu_4 = (V - V_1)^4 = V_4 - 4 \cdot V \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4$$

Σε μια συμμετρική κατανομή έχουμε:

Αν $\beta_1 = 0$ η κατανομή είναι συμμετρική

Αν $\beta_1 \neq 0$ η κατανομή είναι ασυμμετρική.
Αν $\mu_3 > 0$ η κατανομή παρουσιάζει θετική συμμετρία
Αν $\mu_3 < 0$ η κατανομή παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία.
Αν $\mu_3 = 0$ η κατανομή είναι συμμετρική

2.2.9 Κύρτωση

Η κύρτωση μιας κατανομής μετράει το βαθμό της συγκέντρωσης των τιμών της μεταβλητή ς στη περιοχή του μέσου αριθμητικού και προς τα άκρα του μέσου αριθμητικού, δηλαδή η κύρτωση μετράει πόσο λεπτή ή πλατιά είναι η κατανομή.

Η κύρτωση αναφέρεται σε συμμετρικές κατανομές.

Οι τύποι που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό της κύρτωσης είναι:

Του Pearson : $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$ ή $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$

και

Του Fisher: $\gamma_2 = \beta_2 - 3 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$

όπου:

μ_4 είναι η τέταρτη ροπή από τον μέσο αριθμητικό.

Αν β_2 =3, η καμπύλη λέγεται μεσόκυρτη ή κανονική.

Αν β_2 >3, λέγεται λεπτόκυρτη και φανερώνει μεγάλη συγκέντρωση των τιμών περί το μέσο αριθμητικό.

Αν β_2 <3, η κατανομή λέγεται πλατύκυρτη και φανερώνει ότι οι τιμές είναι διασπαρμένες πολύ αριστερά και δεξιά του μέσου αριθμητικού.

2.2.1 Ο Παλινδρόμηση και Συσχέτιση δύο μεταβλητών

2.2.10.1 Παλινδρόμηση δύο μεταβλητών

Σε όλο το επόμενο μέρος της εργασίας αυτής θα θεωρούμε το προσωπικό με Ν άτομα και θα εξετάζουμε τα άτομα ως προς δύο μεταβλητές, τις οποίες θα τις σημειώνουμε με Χ και Υ. Έτσι οι παρατηρήσεις θα είναι Ν ζεύγη τιμών: $(X_1 Y_1),(X_2,Y_2),......(X_N,Y_N)$ τα οποία δεν είναι απαραίτητα διαφορετικά μεταξύ τους.

Αν πάρουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων του επιπέδου και σημειώσουμε πάνω σε αυτό τα σημεία , $M_1, M_2, M_3,......M_N$ τα οποία έχουνε συντεταγμένες τα ζεύγη που παριστάνουν τις παρατηρήσεις μας, σχηματίζεται ένα πλήθος σημείων που ονομάζεται νέφος σημείων ή διάγραμμα διασποράς.

Μία πρώτη ένδειξη ότι υπάρχει αλληλεξάρτηση είναι όταν το νέφος των σημείων ακολουθεί μια νοητή γραμμή του επιπέδου. Αντίθετα όταν τα σημεία είναι διασκορπισμένα ανομοιόμορφα τότε λέμε ότι οι μεταβλητές δεν έχουν αλληλεξάρτηση ή ότι είναι ανεξάρτητες.

2.2.10.2 Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων (Γραμμική Παλινδρόμηση)

Η πιο απλή σχέση που σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά την εξάρτηση δύο μεταβλητών X, Y είναι αυτή της εξίσωσης πρώτου βαθμού δηλαδή: $y = \alpha + \beta \cdot \chi$

Ο προσδιορισμός των άγνωστων παραμέτρων της $y = \alpha + \beta \cdot \chi$ με την βοήθεια της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων συνίσταται ως εξής:
Έστω $((X_i, Y_i)$ ένα οποιοδήποτε ζεύγος παρατηρήσεων που στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται στο σημείο Α και (χ_i, y_i)το σημείο Β της ευθείας

$y = \alpha + \beta \cdot \chi$ με τετμημένη χ_i

Η διαφορά $\varepsilon = y_i - \hat{y}_i$ ονομάζεται σφάλμα ή απόκλιση της παρατήρησης y_i από την τεταγμένη $\hat{y}_i$ του σημείου Β της ευθείας.

Η διαδικασία αυτή που ακολουθούμε για τον υπολογισμό των παραμέτρων $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ είναι γνωστή ως μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων και συνίσταται στον προσδιορισμό των τιμών $\hat{a}, \hat{\beta}$ των παραμέτρων α, β που ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων όλων των αποκλίσεων $\hat{\varepsilon} = y_i - \hat{y}_i = y_i - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta}\chi_i\right)$

Την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων θα μελετήσουμε :

1. Όταν τα δεδομένα της παρατήρησης είναι απλά και
2. Όταν έχουμε ταξινομημένα δεδομένα.

2.2.10.3 Απλά δεδομένα

Στην περίπτωση αυτή τα ζεύγη των παρατηρήσεων μας (χ_i, y_i) εμφανίζονται χωρίς συχνότητες, όπως δείχνει ο παρακάτω πίνακας.

χ_i	y_i
χ_1	y_1
χ_2	y_2
χ_3	y_3
.	.
.	.
χ_i	y_i
.	.
.	.
.	.
χ_N	y_N
$\sum \chi$	$\sum y_i$

Επομένως, το σύστημα των κανονικών εξισώσεων που προέκυψε με την μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων και επιτρέπει τον υπολογισμό των παραμέτρων $\hat{a}, \hat{\beta}$ είναι:

$$\sum y_i = \mathrm{N}\hat{a} + \hat{\beta}\sum \chi_i \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\mathrm{N} \cdot \Sigma\chi_i \cdot y_i - \sum \chi_i \cdot \sum y_i}{\mathrm{N} \cdot \sum \chi_i^2 - \left(\sum \chi_i\right)^2}$$

Αν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη της

$$\sum \chi_i \cdot y_i = \hat{a}\sum \chi_i + \hat{\beta}\sum \chi_i^2$$

Αν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη της $\sum y_i = \mathrm{N}\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum \chi_i$, με N θα έχουμε:

$$\frac{\sum y_i}{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{N}\hat{\alpha}}{\mathrm{N}} + \hat{\beta}\frac{\sum \chi_i}{\mathrm{N}} \Rightarrow \mu_y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\mu_\chi \Rightarrow \hat{\alpha} = \mu_y - \hat{\beta}\mu_\chi$$ όπου:

Επομένως, η ευθεία παλινδρόμησης που ζητάμε θα είναι:

$$\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{\beta}\chi_i$$

Η παράμετρος $\hat{\beta}$ ονομάζεται Γωνιακός Συντελεστής- ή Συντελεστής Παλινδρόμησης και παριστάνει τη μεταβολή που υφίσταται η εξαρτημένη μεταβλητή $\hat{y}$ όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή χ αυξηθεί κατά μονάδα.

Η παράμετρος α παριστάνει το σημείο τομής της ευθείας παλινδρόμησης

$\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{\beta}\chi_i$ με τον κατακόρυφο άξονα (y) και εκφράζει την τιμή της y αν χ=0. Η

ευθεία $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{\beta}\chi_i$ διέρχεται από το σημείο (μ_χ, μ_v) όπου μ_χ, μ_v είναι οι μέσοι

αριθμητικοί των μεταβλητών X και Y.

Η ευθεία παλινδρόμησης είναι $y = \alpha + \beta \cdot \chi_i$

Για να προσδιορίσουμε τα α, β χρησιμοποιούμε τους παρακάτω τύπους:

$$\hat{\beta} = \frac{\mathrm{N} \cdot \Sigma \chi_i \cdot y_i - \sum \chi_i \cdot \sum y_i}{\mathrm{N} \cdot \sum \chi_i^2 - \left(\sum \chi_i\right)^2}$$

$$\alpha = \mu_v - \beta \cdot \mu_x \text{ όπου:}$$

$$\mu_y = \frac{\sum y_i}{\mathrm{N}}, \mu_x = \frac{\sum \chi_i}{\mathrm{N}}$$

2.2.11 Χρονολογικές σειρές

2.2.11.1 Γενικά.

Χρονολογική σειρά ονομάζουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων οι οποίες παίρνονται κατά ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους, Αν συμβολίσουμε με y_i την τιμή της παρατήρησης που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή χ_i στιγμή, τότε η χρονολογική σειρά θα αποτελείται από N ζεύγη $(y_1, \chi_1), (y_2, \chi_2), (y_3, \chi_3), \ldots\ldots, (y_i, \chi_i), \ldots\ldots, (y_\mathrm{N}, \chi_\mathrm{N})$

Χαράζουμε την τεθλασμένη γραμμή που συνδέει τα διαδοχικά σημεία $(y_1, \chi_1), (y_2, \chi_2), (y_3, \chi_3), \ldots\ldots, (y_i, \chi_i), \ldots\ldots, (y_\mathrm{N}, \chi_\mathrm{N})$ και παίρνουμε το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς.

Στη γραφική απεικόνιση της χρονολογικής σειράς σημειώνουμε πάνω στον άξονα των τετμημένων τις χρονολογικές μονάδες (έτη, εξάμηνα, μέρες, ώρες, μήνες)και πάνω στον άξονα των τεταγμένων τις τιμές του μεγέθους που μελετάμε.

Η σημασία των χρονολογικών σειρών είναι μεγάλη γιατί μέσα σε ορισμένα όρια και ορισμένες προφυλάξεις διατυπώνονται προβλέψεις για τις μελλοντικές εξελίξεις διαφόρων φαινομένων.

2.2.11.2 Οι κυριότερες συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς.

Οι χρονολογικές σειρές παρουσιάζουν μεταβολές με μορφή και ένταση που κάθε φορά διαφέρει.

Εξετάζοντας τις μεταβολές αυτές, που ονομάζονται κινήσεις της μεταβλητής y_i σε συνάρτηση με τον χρόνο χ_i μιας χρονολογικής σειράς, διακρίνουμε τα παρακάτω είδη κίνησης:

1. Την μακροχρόνια τάση ή γενική τάση (trend)

Μακροχρόνια τάση λέγεται όταν για μια μεγάλη χρονική περίοδο οι τιμές μιας χρονολογικής σειράς τείνουν να αυξηθούν ή να μειωθούν τότε λέμε ότι η σειρά των παρατηρήσεων παρουσιάζει μακροχρόνια τάση. Δηλαδή. τάση είναι η μακροχρόνια αύξηση ή μείωση που παρατηρείται στα δεδομένα.

2. Τις περιοδικές μεταβολές.

Οι περιοδικές μεταβολές είναι εκείνες που επαναλαμβάνονται κατά ορισμένα χρονικά διαστήματα μέσα σε ορισμένη χρονική περίοδο. Οι πιο συχνές περιοδικές μεταβολές είναι εκείνες που συμβαίνουν μέσα σε ένα χρόνο και λέγονται εποχιακές μεταβολές.

3. Τις κυκλικές μεταβολές

Κυκλικές μεταβολές είναι οι ταλαντώσεις γύρω από μια γραμμή ή καμπύλη τάσης σε μια μακροχρόνια περίοδο. Οι κυκλικές μεταβολές διαφέρουν από τις περιοδικές γιατί είναι μεγαλύτερης διάρκειας από ένα έτος και δεν παρουσιάζουν κανονική περιοδικότητα.

4. Τις άρρυθμες -ή ακανόνιστες ή απρόοπτες μεταβολές.

Οι ακανόνιστες μεταβολές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες στις συμπτωματικές και στις τυχαίες. Οι συμπτωματικές προέρχονται από εξαιρετικά και απρόβλεπτα γεγονότα όπως είναι σεισμοί, θύελλες, πόλεμοι κ.λ.π, ενώ οι τυχαίες μεταβολές οφείλονται σε πολυάριθμους άγνωστους παράγοντες ή όπως λέγεται, στην τύχη.

2.2.11.3 Μέθοδοι προσδιορισμού της μακροχρόνιας τάσης

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της μακροχρόνιας τάσης είναι:

1. Πρακτικοί τρόποι
2. Χάραξη της τάσης με το χέρι
3. Μέθοδος των δύο μέσων σημείων.
4. Μέθοδος των κινητών μέσων.
5. Μαθηματική μέθοδος προσδιορισμού της τάσης.
6. Προσδιορισμό της τάσης με μια γραμμική εξίσωση.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή αναζητούμε μία εξίσωση που να μπορεί να προσαρμοστεί στα δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς και να μπορεί να μας περιγράψει όσο το δυνατόν καλύτερα την τάση ενός φαινομένου. Η πιο απλή περίπτωση είναι η γραμμική εξίσωση, η οποία έχει την παρακάτω μορφή:

$$y = \alpha + \beta \cdot \chi_i$$

όπου οι σταθερές α και β ικανοποιούν τις εξισώσεις:

$$\sum y_i = \mathrm{N} \cdot \alpha + \beta \cdot \sum \chi_i$$
$$\sum \chi \cdot y_i = \alpha \cdot \sum \chi_i + \beta \cdot \sum \chi_i^2$$

Στην περίπτωση όμως των χρονολογικών σειρών είναι δυνατό να διατάξουμε τα δεδομένα κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να έχουμε $\sum \chi_i = 0$. Τότε το παραπάνω σύστημα των κανονικών εξισώσεων θα πάρει την μορφή:

$$\sum y_i = \mathrm{N} \cdot \alpha + \beta \cdot \sum \chi_i$$
$$\sum \chi_i \cdot y_i = \beta \cdot \sum \chi_i^2 \Rightarrow \beta = \frac{\sum \chi_i \cdot y_i}{\sum \chi_i^2}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

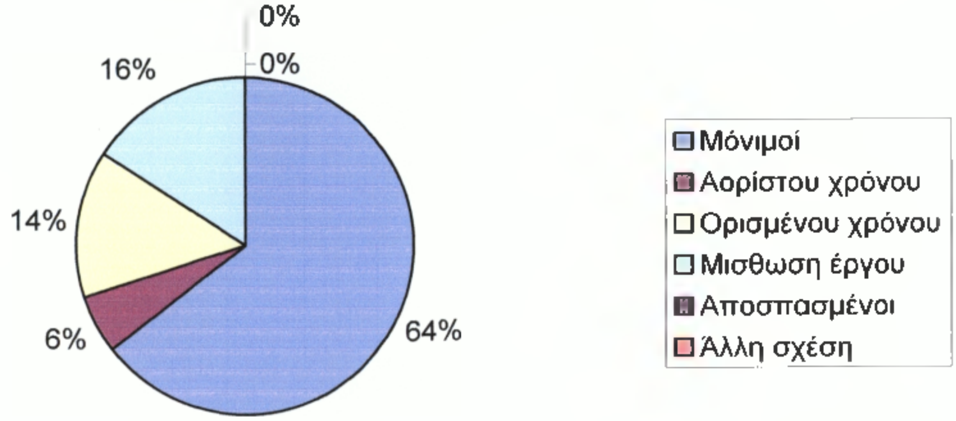
Γενικά χαρακτηριστικά του Δήμου Εύοσμου

3.1 Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά σχέση εργασίας

Προσωπικό	Αριθμός υπαλλήλων	Ποσοστό
Μόνιμοι	172	64,41
Αορίστου χρόνου	15	5,61
Ορισμένου χρόνου	38	14,23
Μίσθωση έργου	42	15,73
Αποσπασμένοι		
Άλλη σχέση		
Σύνολο	**267**	**100**

Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα στο Δήμο Εύοσμου απασχολούνται συνολικά 267 άτομα εκ των οποίων οι 172 είναι μόνιμοι ,οι 15 είναι αορίστου χρόνου ,οι 38 είναι ορισμένου χρόνου,οι 42 είναι μίσθωσης χρόνου ,αποσπασμένοι δεν υπάρχουν και δεν υπάρχει καμία σχέση εργασίας.

Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά σχέση εργασίας

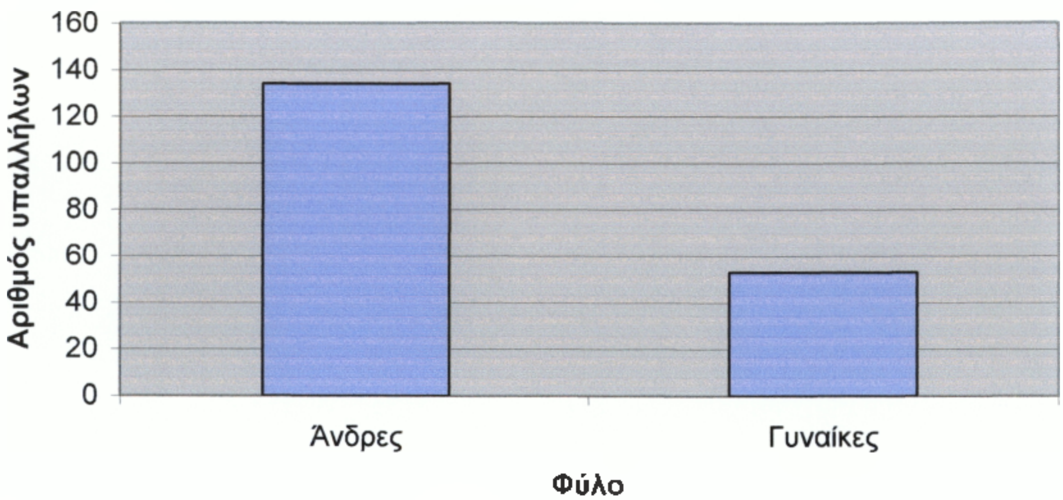


Από τη παραπάνω πίτα προκύπτει ότι το 64,4% των υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου είναι μόνιμοι ,το 5,63% είναι αορίστου χρόνου , το 14,2% είναι ορισμένου χρόνου το 15,7% είναι μίσθωση έργου ,δεν υπάρχουν αποσπασμένοι και δεν υπάρχει καμία σχέση εργασίας.

3.2 Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά φύλο

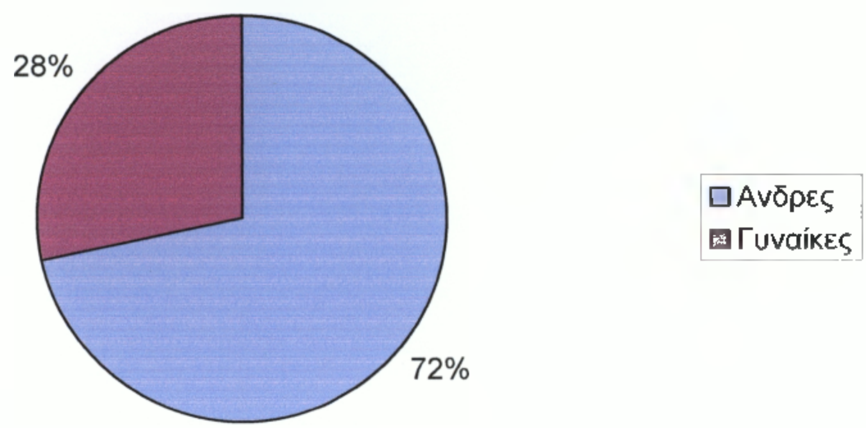
Φύλο	Αριθμός υπαλλήλων	Ποσοστό
Άνδρες	134	71,6
Γυναίκες	53	28,4
Σύνολο	187	100

Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά φύλλο



Το παραπάνω διάγραμμα μας δείχνει ότι στο Δήμο απασχολούνται συνολικά 187 άτομα εκ των οποίων τα 134 είναι άνδρες και τα 53 γυναίκες.

Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά φύλο

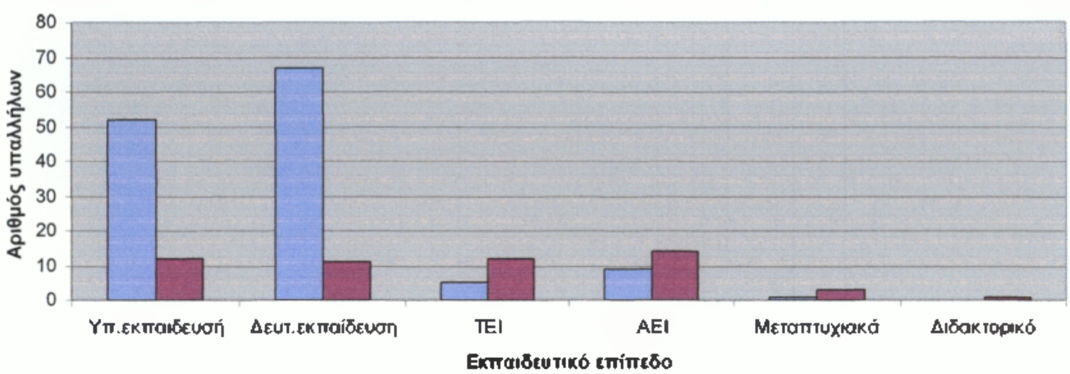


Από τη παραπάνω πίτα διαπιστώνουμε ότι το 71,6% των υπαλλήλων του Δήμου είναι άνδρες ενώ το 28,4% είναι γυναίκες.

3.3 Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά κατηγορία εκπαιδευτικού επιπέδου

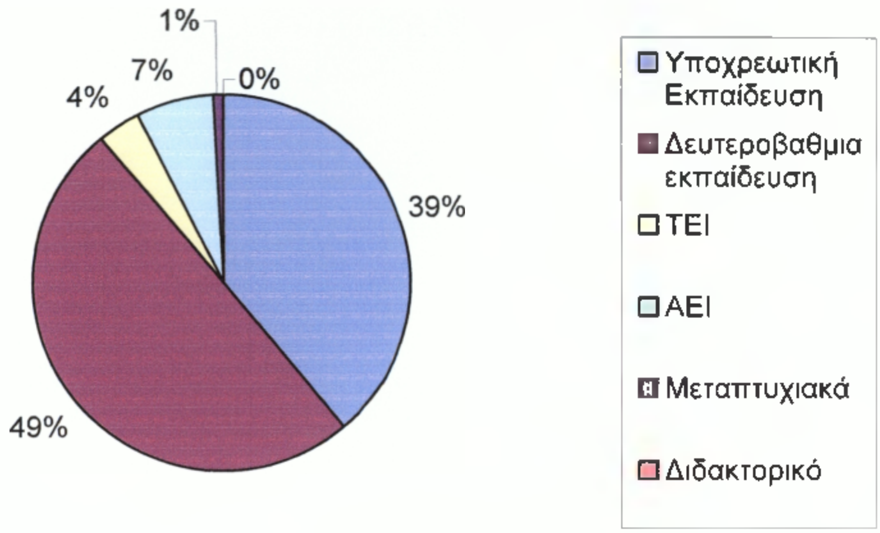
Εκπαίδευση	Άνδρες	Γυναίκες	Ποσοστό	Ποσοστό
Υποχρεωτική εκπαίδευση	52	12	38,8	22,6
Δευτεροβάθμια εκπαίδευση	67	11	50	20,7
ΤΕΙ	5	12	3,7	22,6
ΑΕΙ	9	14	6,7	26,4
Μεταπτυχιακά	1	3	0,8	5,7
Διδακτορικό		1		2
Σύνολο	**134**	**53**	**100**	**100**

Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά κατά κατηγορία εκπαιδευτικού επιπέδου



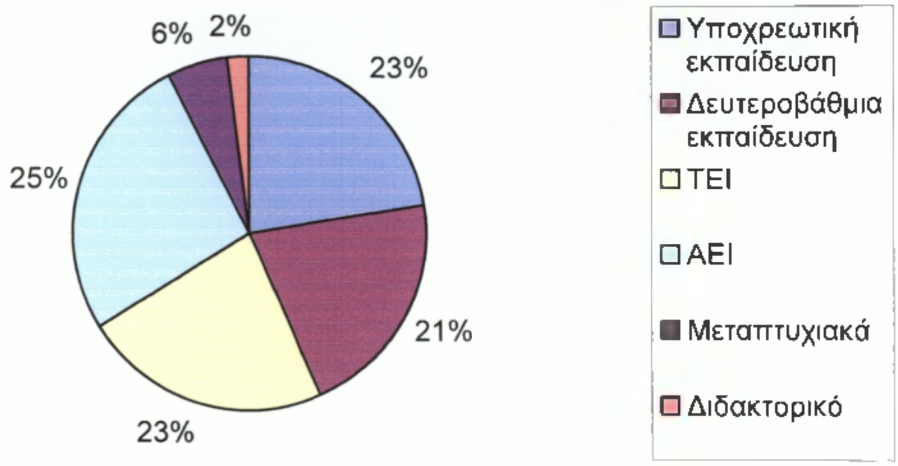
Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δήμο Εύοσμου απασχολούνται 52 άνδρες και 12 γυναίκες που είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης ,67 άνδρες και 11 γυναίκες που είναι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ,5 άνδρες και 12 γυναίκες οι οποίοι είναι τελειόφοιτοι ΤΕΙ, 9 άνδρες και 14 γυναίκες οι οποίοι είναι τελειόφοιτοι ΑΕΙ ,1 άνδρας και 3 γυναίκες που έχουν μεταπτυχιακά και μια γυναίκα που έχει διδακτορικό.

Κατανομή των ανδρών του Δήμου κατά κατηγορία εκπαιδευτικού επιπέδου



Σύμφωνα με τη παραπάνω πίτα το 38,8% των ανδρών του Δήμου Εύοσμου είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης, το 50% είναι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ,το 3,7% Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, το 6,7% Πανεπιστημιακής Εκπαίδευσης, 1% με μεταπτυχιακό ενώ δεν υπάρχει κανένας άνδρας με διδακτορικό.

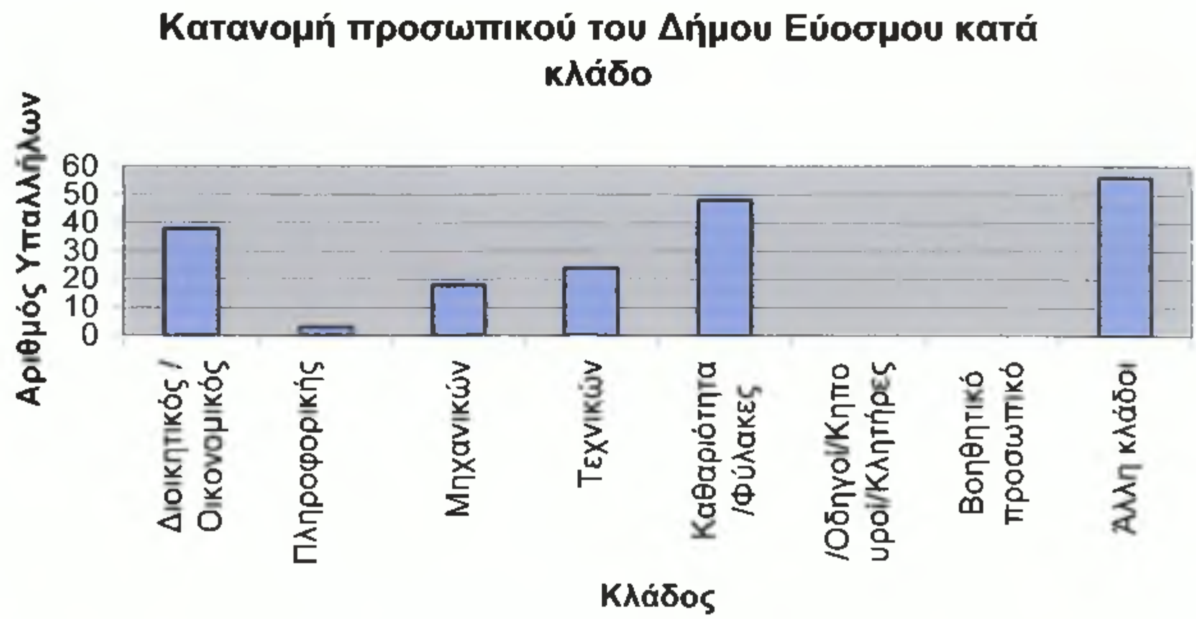
Κατανομή των γυναικών του Δήμου κατά κατηγορία εκπαιδευτικού επιπέδου



Σύμφωνα με τη παραπάνω πίτα το 22,6% των γυναικών του Δήμου Εύοσμου είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης , το 20,7% δευτεροβάθμιας,το 22,6% τεχνολογικής το 26,4 πανεπιστημιακής, το 5,66% μεταπτυχιακά και το 1,8% διδακτορικό.

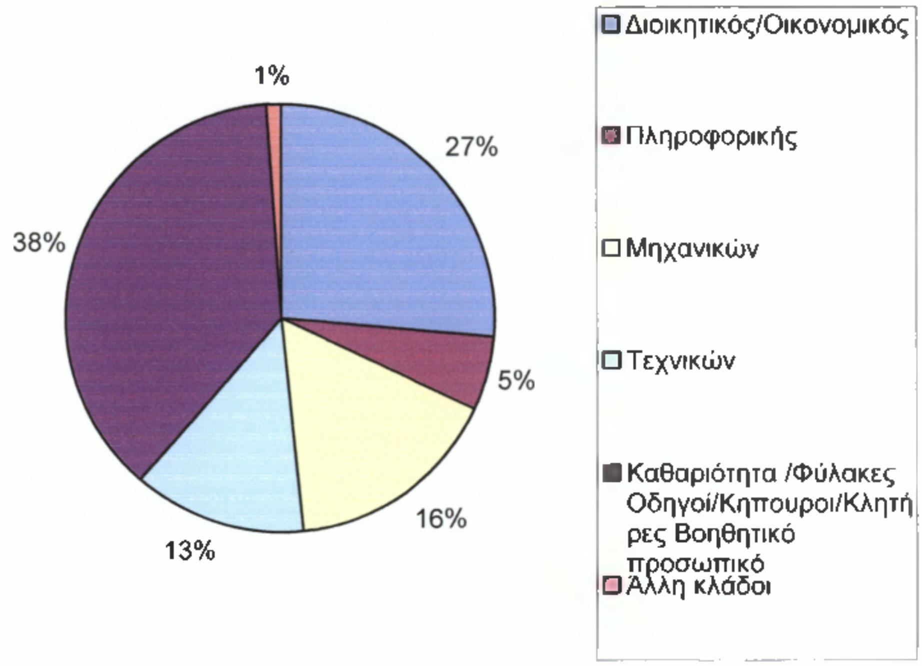
3.4 Κατανομή προσωπικό του Δήμου Εύοσμου κατά κλάδο

Κλάδος	**Αριθμός υπαλλήλων**	**Ποσοστό**
Διοικητικός/Οικονομικός	48	26,3
Πληροφορικής	10	5,4
Μηχανικών	30	16,4
Τεχνικών	24	13,1
Καθαριότητα /Φύλακες /Οδηγοί/Κηπουροί/Κλητήρες Βοηθητικό προσωπικό	68	37,3
Άλλη κλάδοι	2	1,09
Σύνολο	**182**	**100**



Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δήμο Εύοσμου απασχολούνται 38 υπάλληλοι στον οικονομικό και διοικητικό κλάδο, πληροφορικής 3 άτομα, στο κλάδο των μηχανικών 18 άτομο, στο κλάδο τεχνικών 24 άτομα ,στο κλάδο καθαριότητας και λοιπού προσωπικού 48 άτομα. Ακόμα απασχολούνται 2 άτομα στη δημοτική αστυνομία .

Κατανομή προσωπικού του Δήμου κατά κλάδο



Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι το 26,3% των υπαλλήλων του Δήμου ανήκει στο Διοικητικό και οικονομικό κλάδο, το 5,4% στο κλάδο πληροφορικής ,το 16,4 στο κλάδο των μηχανικών, το 13,1 στο κλάδο των τεχνικών, το 37,3 στο κλάδο καθαριότητας και λοιπού προσωπικού και το 1,09% σε λοιπούς κλάδους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Μελέτη του προσωπικού του Δήμου Εύοσμου κατά ηλικία

4.1 Εφαρμογή του Αριθμητικού Μέσου(μ)

4.1.1 Εφαρμογή του Αριθμητικού Μέσου (μ) για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Οι ηλικίες των 134 ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου εμφανίζονται στο παρακάτω πίνακα.

Τάξεις	xi	fi	Fi*xi
20-25	22.5	9	202.5
25-30	27.5	18	495
30-35	32.5	23	747.5
35-40	37.5	16	600
40-45	42.5	35	1487.5
45-50	47.5	25	1187.5
50-55	52.5	4	210
55-60	57.5	4	230
ΣΥΝΟΛΟ		**134**	**5160**

Άρα ο μέσος αριθμητικός συμφωνά με τον τύπο είναι:

$$\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{5160}{134} = 38,50$$

Επομένως η μέση ηλικία των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου είναι 38,50 έτη.

4.1.2 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού(μ) για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Οι ηλικίες των 53 γυναικών που εργάζονται στο δήμο Εύοσμου αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα.

Τάξεις	**xi**	**fi**	**Fi*xi**
20-25	22.5	8	180
25-30	27.5	7	192.5
30-35	32.5	13	422.5
35-40	37.5	6	225
40-45	42.5	5	212.5
45-50	47.5	9	427.5
50-55	52.5	3	157.5
55-60	57.5	2	115
Σύνολο		**53**	**1932.5**

Άρα ο μέσος αριθμητικός συμφωνά με τον τύπο είναι:

$$\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{1932.5}{53} = 36.46$$

Επομένως η μέση ηλικία των γυναικών στο Δήμο Εύοσμου είναι 36,46 έτη.

4.1.3 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού (μ) για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Οι ηλικίες των 187 υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα

Τάξεις	Xi	Fi	Fi*xi
20-25	22.5	17	382.5
25-30	27.5	25	687.5
30-35	32.5	36	1170
35-40	37.5	22	825
40-45	40.5	40	1620
45-50	47.5	34	1615
50-55	52.5	7	367.5
55-60	57.5	6	345
ΣΥΝΟΛΟ		**187**	**7012.5**

Άρα ο μέσος αριθμητικός σύμφωνα με τον τύπο είναι:

$$\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{7012.5}{187} = 37.5$$

Επομένως η μέση ηλικία των υπαλλήλων Εύοσμου είναι 37,5 έτη.

4.2.Εφαρμογή της Διαμέσου (M)

4.2.1. Εφαρμογή της Διαμέσου(M) για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις ηλικίες των 134 αντρών Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	Fi	Fi
20-25	9	9
25-30	18	27
30-35	23	50
35-40	16	66
40-45	35	101
45-50	25	126
50-55	4	130
55-60	4	134
ΣΥΝΟΛΟ	**134**	

Σχηματίζουμε την δεξιόστροφη αθροιστική σειρά των συχνοτήτων(Fi) από τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα , στη συνέχεια προσδιορίζουμε την τιμή N/2, όπου N το σύνολο των συχνοτήτων, στη συγκεκριμένη περίπτωση το N=134 , άρα 134/2=67.

Μετά παρατηρούμε που βρίσκεται η τιμή N/2 ανάμεσα σε διαδοχικούς όρους της αθροιστικής συχνότητας (F_i),από τον πίνακα βλέπουμε ότι το N/2 βρίσκεται ανάμεσα στο 66 και 101.Άρα F_{i-1}= 66.

Ύστερα παρατηρούμε ότι ο επόμενος όρος, δηλαδή ο 101,ανήκει στο ταξικό διάστημα 40-45,το κατώτερο όριο του οποίου είναι το a_{i-1},δηλαδή a_{i-1}=40.

Έπειτα πηγαίνουμε στην τάξη από την οποία προσδιορίσαμε την τιμή a_{i-1} και παρατηρούμε πόσες συχνότητες έχει. Αυτή είναι η τιμή του f_i ,δηλαδή f_i =

Τέλος ,βρίσκουμε το δ, το οποίο είναι τι πλάτος της τάξης στην οποία ανήκει το a_{i-1},δηλαδή δ=

Έτσι διάμεσος των αντρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου είναι:

$$M = a_{i-1} + \frac{\delta}{fi} \cdot (\frac{N}{2} - F_{i-1}) = 40 + \frac{5}{35} \cdot (67 - 66) = 40{,}14 \text{ έτη.}$$

Άρα M=40,14.

4.2.2. Εφαρμογή της Διαμέσου (M) για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις ηλικίες των 53 γυναικών του Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	Fi	Fi
20-25	8	8
25-30	7	15
30-35	13	28
35-40	6	34
40-45	5	39
45-50	9	48
50-55	3	51
55-60	2	53
ΣΥΝΟΛΟ	**53**	

Εφαρμόζοντας τον τύπο της διαμέσου έχουμε:

$$\mathrm{M} = a_{i-1} + \frac{\delta}{fi} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\frac{\mathrm{N}}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5$

a_{i-1}=30

fi=13

F_{i-1}=15

$\delta = 5$

Άρα : $\mathrm{M} = a_{i-1} + \frac{\delta}{fi} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right)$=30+$\frac{5}{13} \cdot (26.5 - 15) = 34{,}42$ έτη.

Επομένως M=34,42

4.2.3.Εφαρμογή της Διαμέσου (Μ) για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις ηλικίες των 187 υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	**Fi**	**Fi**
20-25	17	17
25-30	25	42
30-35	36	78
35-40	22	100
40-45	40	140
45-50	34	174
50-55	7	181
55-60	6	187
ΣΥΝΟΛΟ	**187**	

Εεφαρμόζοντας τον τύπο της διαμέσου έχουμε:

$$\mathrm{M} = a_{i-1} + \frac{\delta}{fi} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\frac{\mathrm{N}}{2} = \frac{187}{2} = 93.5$

$a_{i-1} = 35$

$f_i = 22$

$F_{i-1} = 78$

$\delta = 5$

Άρα : $\mathrm{M} = a_{i-1} + \frac{\delta}{fi} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) = 35 + \frac{5}{24} \cdot (93.5 - 78) = 38{,}52$ έτη.

Επομένως Μ=38,52

4.3 Εφαρμογή του Πρώτου τεταρτημορίου (Q1)

4.3.1 Εφαρμογή του Πρώτου τεταρτημορίου(Q1) για τους άντρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Από τον παρακάτω πίνακα των αντρών βρίσκουμε το $\frac{N}{4}=\frac{134}{4}=33{,}5$
οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου θα έχουμε:

$$Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{fi}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right) \text{ όπου:}$$

$$\frac{N}{4}=\frac{134}{4}=33.5$$
$$\alpha_{i-1}=35$$
$$f_i=40$$
$$F_{i-1}=20$$
$$\delta=5$$

Άρα $Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{fi}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right)=30+\frac{5}{23}\cdot(33.5-27)=31{,}41$ έτη.

Επομένως το 25% των ανδρών που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι 31,41 ετών και το υπόλοιπο 75% είναι ηλικίας από 31,41 ετών μέχρι και το 60 ετών.

4.3.2 Εφαρμογή του Πρώτου τεταρτημορίου (Q_1) για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Από τον πίνακα των γυναικών βρίσκουμε το $\frac{N}{4}=\frac{53}{4}=13.25$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου θα έχουμε:

$$Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{fi}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right) \text{όπου:}$$

$$\frac{N}{4}=\frac{53}{4}=13.25$$

$\alpha_{1-1} = 25$
$f_i = 7$
$F_{i-1} = 8$
$\delta = 5$

$$Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) = 25 + \frac{5}{7} \cdot (13,25 - 8) = 28,75$$

Άρα $(Q_1) = 28,75$

Επομένως το 25% των γυναικών που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι μέχρι 28,75 ετών και το 75% είναι ηλικίας 28,75 ετών μέχρι 60 ετών.

4.3.3 Εφαρμογή του Πρώτου τεταρτημορίου (Q_1) για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Από τον παραπάνω πίνακα βρίσκουμε το $\frac{N}{4} = \frac{187}{4} = 46,75$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου θα έχουμε :

$$Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\frac{N}{4} = \frac{187}{4} = 46,75$
$\alpha_{i-1} = 30$
$f_i = 36$
$F_{i-1} = 42$
$\delta = 5$

Άρα $Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) = 30 + \frac{5}{36} \cdot (46,75 - 42) = 30,65$ έτη.

Άρα$(Q_1) = 30,65$

Επομένως το 25% του συνόλου των υπαλλήλων που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι μέχρι 30,65 ετών και το 75% είναι ηλικίας από 30,65 ετών μέχρι 60 ετών.

4.4 Εφαρμογή του Τρίτου τεταρτημορίου (Q_3)

4.4.1 Εφαρμογή του Τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα της ηλικίας των ανδρών βρίσκουμε το $\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 134}{4}=100{,}5$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου θα έχουμε:

$$Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{fi}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right) \text{όπου:}$$

$\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 134}{4}=100{,}5$

$\alpha_{i-1}=40$

$f_i=35$

$F_{i-1}=66$

$\delta=5$

Άρα $Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{fi}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right)=40+\frac{5}{35}\cdot(100{,}5-66)=44{,}92$ έτη.

Άρα $(Q_3)=44{,}92$

Επομένως το 75% των ανδρών που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι μέχρι 44,92 ετών και το 25% αυτών είναι από 44,92 μέχρι και το 60 ετών.

4.4.2 Εφαρμογή του Τρίτου τεταρτημορίου για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα της ηλικίας των γυναικών βρίσκουμε το $\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 53}{4}=39{,}75$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου θα έχουμε :

$$Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right) \text{όπου:}$$

$\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 53}{4}=39.75$

$\alpha_{i-1} = 45$
$f = 9$
$F_{i-1} = 39$
$\delta = 5$

Άρα: $Q_3 = \alpha_{i-1} + \dfrac{\delta}{f_i} \cdot \left(\dfrac{3N}{4} - F_{i-1} \right) = 45 + \dfrac{5}{9} \cdot (39{,}75 - 39)$=45,41 έτη.

$(Q_3) = 45{,}41$

4.4.3 Εφαρμογή του Τρίτου τεταρτημορίου (Q3) για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα της ηλικίας των υπαλλήλων βρίσκουμε το $\dfrac{3N}{4} = \dfrac{3 \cdot 187}{4} = 140.25$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου θα έχουμε:

$$Q_3 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{3N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\dfrac{3N}{4} = \dfrac{3 \cdot 187}{4} = 140.25$
$\alpha_{i-1} = 40$
$f_i = 40$
$F_{i-1} = 100$
$\delta = 5$

Άρα: $Q_3 = \alpha_{i-1} + \dfrac{\delta}{f_i} \cdot \left(\dfrac{3N}{4} - F_{i-1} \right) = 40 + \dfrac{5}{40} \cdot (140{,}25 - 100)$=45 έτη

Άρα $(Q_3) = 45$

Επομένως το 75%του συνόλου που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι μέχρι 45 ετών και το 25% αυτών είναι από 45 μέχρι 60 ετών.

4.5. Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής (Mo)

4.5.1.Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής(Mo) για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε την κατανομή των ηλικιών των ανδρών που εργάζονται στον Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	**Fi**
20-25	9
25-30	18
30-35	23
35-40	16
40-45	35
45-50	25
50-55	4
55-60	4
ΣΥΝΟΛΟ	**134**

Για τον υπολογισμό της επικρατούσας τιμής εργαζόμαστε ως εξής:
Από τον παραπάνω πίνακα βρίσκουμε την τάξη στην οποία αντιστοιχεί η μεγαλύτερη συχνότητα. Η τάξη αυτή είναι 40-45 και η συχνότητα είναι 35. Το κατώτερο όριο της τάξης αυτής είναι 40,δηλαδή $\alpha_{i-1} = 40$.Το πλάτος της τάξης είναι 5, δηλαδή δ=5. Τέλος , με βάση τον πίνακα βρίσκουμε την διαφορά της μέγιστης συχνότητας και της προηγούμενης, που είναι 19 και την διαφορά της μέγιστης συχνότητας και της επόμενης που είναι 10. Άρα έχουμε:

$\alpha_{i-1} = 40$

$\delta = 5$

$\Delta_1 = 19$

$\Delta_2 = 10$

$$M_0 = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 40 + \frac{19 \cdot 5}{10 + 19} = 40{,}30\,\text{έτη}$$

Οι περισσότεροι από τους 134 άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου είναι 40,30 ετών.

4.5.2 Εφαρμογή της επικρατούσας τιμής(Mo) για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Ο παρακάτω πίνακας μας δείχνει την ηλικία των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	Fi
20-25	8
25-30	7
30-35	13
35-40	6
40-45	5
45-50	9
50-55	3
55-60	2
Σύνολο	**53**

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε:

$\alpha_{i-1} = 30$

$\delta = 5$

$\Delta_1 = 6$

$\Delta_2 = 7$

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 30 + \frac{6 \cdot 5}{7+6} = 32.30 \text{ έτη}$$

Η ηλικία των περισσοτέρων γυναικών στο Δήμο Εύοσμου είναι 32,30 ετών.

4.5.3 Εφαρμογή της επικρατούσας τιμής (M_0) για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Ο παρακάτω πίνακας μας δείχνει την ηλικία των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	**fi**
20-25	17
25-30	25
30-35	36
35-40	22
40-45	40
45-50	34
50-55	7
55-60	6
ΣΥΝΟΛΟ	**187**

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε:

$\alpha_{i-1} = 40$

$\delta = 5$

$\Delta_1 = 18$

$\Delta_2 = 6$

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 40 + \frac{18 \cdot 5}{6+18} 43{,}75 \text{ έτη}$$

Η ηλικία των περισσοτέρων υπαλλήλων στο Δήμο Εύοσμου είναι 43,75 ετών.

4.6 Εφαρμογή της Διακύμανσης(σ^2) και Τυπικής απόκλισης(σ)

4.6.1 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης (σ)για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	Fi*xi^2
20-25	22,5	9	202,5	4556,25
25-30	27,5	18	495	13612,5
30-35	32,5	23	747,5	24293,75
35-40	37,5	16	600	22500
40-45	42,5	35	1487,5	63218,75
45-50	47,5	25	1187,5	56406,25
50-55	52,5	4	210	11025
55-60	57,5	4	230	13225
ΣΥΝΟΛΟ		**134**	**5160**	**208837,5**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{5160}{134} = 38{,}50$$

Από τον τύπο $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{208837{,}5}{134} - (38{,}50)^2 = 1558{,}489 - 1482{,}25 \Leftrightarrow \sigma^2 = 76{,}239$$

Και η τυπική απόκλιση είναι : $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{76{,}23} = 8{,}73$ έτη

4.6.2 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης (σ)για της γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	Fi*xi^2
20-25	22,5	8	180	4050
25-30	27,5	7	192,5	5293,75
30-35	32,5	13	422,5	13731,25
35-40	37,5	6	225	8437,5
40-45	42,5	5	212,5	9031,25
45-50	47,5	9	427,5	20306,25
50-55	52,5	3	157,5	8268,75
55-60	57,5	2	115	6612,5
ΣΥΝΟΛΟ		**53**	**1932,5**	**75731,25**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \dfrac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{1932,5}{53} = 36,46$$

Από τον τύπο $\sigma^2 = \dfrac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum fi} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{564531,25}{53} - (36,46)^2 = 1428,89 - 1329 \Leftrightarrow \sigma^2 = 99,55$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{99,55} = 9,97$ έτη.

4.6.3 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης (σ)για το σύνολο των υπαλλήλων στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
20-25	22,5	17	382,5	8606,25
25-30	27,5	25	687,5	18906,25
30-35	32,5	36	1170	38025
35-40	37,5	22	825	30937,5
40-45	42,5	40	1700	72250
45-50	47,5	34	1615	76712,5
50-55	52,5	7	367,5	19293,75
55-60	57,5	6	345	19837,5
ΣΥΝΟΛΟ		**187**	**7092,5**	**284568,75**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε

$$\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{7092,5}{187} = 37,92 \text{ έτη}$$

Από τον τύπο $\sigma^2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} - \mu^2 = \frac{284568,75}{187} - (37,92)^2 = 1521,758 - 1437,926 \Leftrightarrow \sigma^2 = 83,832$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sigma = \sqrt{83,832} = 9,155$ έτη.

4.7 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας

4.7.1 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου .

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	Fi*xi^2
20-25	22,5	9	202,5	4556,25
25-30	27,5	18	495	13612,5
30-35	32,5	23	747,5	24293,75
35-40	37,5	16	600	22500
40-45	42,5	35	1487,5	63218,75
45-50	47,5	25	1187,5	56406,25
50-55	52,5	4	210	11025
55-60	57,5	4	230	13225
ΣΥΝΟΛΟ		**134**	**5160**	**208837,5**

Από τους τύπους του μέσου αριθμητικού, της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης που έχουμε αναφέρει παραπάνω έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i \cdot \chi_i} = \frac{5160}{134} = 38{,}50 \text{ έτη}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{208837{,}5}{134} - (38{,}50)^2 = 1558{,}489 - 1482{,}25 \Leftrightarrow \sigma^2 = 76{,}239$$

Άρα η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{76{,}239} = 8{,}731$

Ο συντελεστής μεταβλητικότητας της ηλικίας των ανδρών είναι:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{8{,}731}{38{,}50} \cdot 100\% = 0{,}22$$

4.7.2. Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
20-25	22,5	8	180	4050
25-30	27,5	7	192,5	5293,75
30-35	32,5	13	422,5	13731,25
35-40	37,5	6	225	8437,5
40-45	42,5	5	212,5	9031,25
45-50	47,5	9	427,5	20306,25
50-55	52,5	3	157,5	8268,75
55-60	57,5	2	115	6612,5
ΣΥΝΟΛΟ		**53**	**1932,5**	**75731,25**

Από τους τύπους έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{1932,5}{53} = 36,46 \text{ έτη}$$

Από τον τύπο $\sigma^2 = \dfrac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{75731,25}{53} - (36,46)^2 = 1428,892 - 1329,332 \Leftrightarrow \sigma^2 = 99,559$$

και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{99,559} = 9,97$ έτη.

Επομένως ο συντελεστής μεταβλητικότητας των ηλικιών των γυναικών είναι:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{9,97}{36,46} \cdot 100\% = 0,27$$

4.7.3 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
20-25	22,5	17	382,5	8606,25
25-30	27,5	25	687,5	18906,3
30-35	32,5	36	1170	38025
35-40	37,5	22	825	30937,5
40-45	42,5	40	1700	72250
45-50	47,5	34	1615	76712,5
50-55	52,5	7	367,5	19293,8
55-60	57,5	6	345	19837,5
ΣΥΝΟΛΟ		**187**	**7092,5**	**284569**

Από τους τύπους έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{7092{,}5}{187} = 37{,}92 \text{ έτη}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} - \mu^2 = \frac{284569}{187} - (37{,}92)^2 = 1521{,}759 - 1437{,}926 \Leftrightarrow \sigma^2 = 83{,}832$$

Άρα η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{83{,}832} = 9{,}155$ έτη

Επομένως ο συντελεστής μεταβλητικότητας είναι:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{9{,}155}{37{,}92} \cdot 100\% = 0{,}241$$

Από τα παραπάνω συμπεράνουμε ότι στο Δήμο Εύοσμου η κατανομή των ηλικιών των γυναικών παρουσιάζει την μεγαλύτερη διασπορά.

4.8 Εφαρμογή Ασυμμετρίας και Κύρτωσης

4.8.1 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και Κύρτωσης για τους άνδρες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται η ηλικία των ανδρών στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
20-25	9
25-30	18
30-35	23
35-40	16
40-45	35
45-50	25
50-55	4
55-60	4
ΣΥΝΟΛΟ	**134**

Στη συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
20-25	22,5	9	202,5	4556,25	102515,6	2306602
25-30	27,5	18	495	13612,5	374343,8	10294453
30-35	32,5	23	747,5	4293,75	789546,9	25660273
35-40	37,5	16	600	22500	843750	31640625
40-45	42,5	35	1487,5	3218,75	2686797	1,14E+08
45-50	47,5	25	1187,5	6406,25	2679297	1,27E+08
50-55	52,5	4	210	11025	578812,5	30387656
55-60	57,5	4	230	13225	760437,5	43725156
ΣΥΝΟΛΟ		**134**	**5160**	**08837,5**	**8815500**	**3,85E+08**

Στην αρχή υπολογίζουμε τις ροπές ως προς την αρχή $\chi = 0$.

$$V_1 = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{5160}{134} = 3850746269$$

$$V_2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} = \frac{208837{,}5}{134} = 1558{,}48$$

$$V_3 = \frac{\sum fi \cdot xi^3}{\sum fi} = \frac{8815500}{134} = 65787{,}31$$

$$V_4 = \frac{\sum fi \cdot xi^4}{\sum fi} = \frac{3{,}85E+08}{134} = 2876643{,}53$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο, σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1558{,}48 - 38{,}50^2 = 76{,}23$$

$$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 65787{,}31 - 3 \cdot 1558{,}48 \cdot 38{,}50 + 2 \cdot 38{,}50^3 = 83{,}88$$

$$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$$
$$= 2876643{,}53 - 4 * 65787{,}31 * 38{,}50 + 6 * 38{,}50\text{^}2 * 1558{,}48 - 3 * 38{,}50\text{^}4 = 14544{,}48$$

Επομένως, ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι :

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(-83{,}88)^2}{76{,}23^3} = 0{,}015$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{83{,}88}{8{,}73^3} = 0{,}12$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 \prec 0$, η κατανομή παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{14544{,}48}{8{,}73^4} = 2{,}50$$

και σύμφωνά με τον **Fisher** είναι:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{14544{,}48}{8{,}73^4} - 3 = -0{,}495$$

Επειδή το $\beta_2 < 3$, η καμπύλη είναι πλατύκυρτη και φανερώνει ότι οι τιμές διασπείρονται πολύ αριστερά και δεξιά του μέσου αριθμητικού.

4.8.2 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και Κύρτωσης για τις γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται η ηλικία των γυναικών στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
20-25	8
25-30	7
30-35	13
35-40	6
40-45	5
45-50	9
50-55	3
55-60	2
ΣΥΝΟΛΟ	**53**

Στην συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
20-25	22,5	8	180	4050	91125	2050313
25-30	27,5	7	192,5	5293,75	145578,1	4003398
30-35	32,5	13	422,5	13731,3	446265,6	14503633
35-40	37,5	6	225	8437,5	316406,3	11865234
40-45	42,5	5	212,5	9031,25	383828,1	16312695
45-50	47,5	9	427,5	20306,3	964546,9	45815977
50-55	52,5	3	157,5	8268,75	434109,4	22790742
55-60	57,5	2	115	6612,5	380218,8	21862578
ΣΥΝΟΛΟ		**53**	**1932,5**	**75731,3**	**3162078**	**1,39E+08**

Στην αρχή υπολογίζουμε τις ροπές ως προς την αρχή $\chi = 0$

$$V_1 = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{1932{,}5}{53} = 36{,}46$$

$$V_2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} = \frac{75731{,}3}{53} = 1428{,}89$$

$$V_3 = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{3162078}{53} = 59661{,}85$$

$$V_4 = \frac{\sum f_i \cdot xi}{\sum f_i} = \frac{1{,}39\mathrm{E}+08}{53} = 2{,}62\mathrm{E}+06$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο, σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1428{,}89 - 36{,}46^2 = 99{,}55$

$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 59661{,}85 - 3 \cdot 1428{,}89 \cdot 36{,}46 + 2 \cdot 36{,}46^3 = 304{,}72$

$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$

$2{,}62\mathrm{E}+06 - 4 \cdot 59661{,}85 \cdot 36{,}46 + 6 \cdot 36{,}46^2 \cdot 1428{,}89 - 3 \cdot 36{,}46^4 = 14360{,}07$

Επομένως ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(304{,}72)^2}{99{,}55^3} = 0{,}094$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{304{,}72}{9{,}97^3} = 0{,}30$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 \prec 0$, η κατανομή παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{14360{,}07}{9{,}97^4} = 1{,}45$$

και σύμφωνά με τον **Fisher** είναι:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{14360{,}07}{9{,}97^4} - 3 = -1{,}54$$

Επειδή το $\beta_2 < 3$,η καμπύλη είναι πλατύκυρτη και φανερώνει ότι οι τιμές διασπείρονται πολύ αριστερά και δεξιά του μέσου αριθμητικού.

4.8.3 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και Κύρτωσης για το σύνολο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζεται η ηλικία όλων των υπαλλήλων που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
20-25	17
25-30	25
30-35	36
35-40	22
40-45	40
45-50	34
50-55	7
55-60	6
ΣΥΝΟΛΟ	**187**

Στην συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	Fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
20-25	22,5	17	382,5	8606,25	193640,6	2306602
25-30	27,5	25	687,5	18906,25	519921,9	10294453
30-35	32,5	36	1170	38025	1235813	25660273
35-40	37,5	22	825	30937,5	1160156	31640625
40-45	42,5	40	1700	72250	3070625	1,14E+08
45-50	47,5	34	1615	76712,5	3643844	1,27E+08
50-55	52,5	7	367,5	19293,75	1012922	30387656
55-60	57,5	6	345	19837,5	1140656	43725156
ΣΥΝΟΛΟ		**187**	**7092,5**	**284568,75**	**11977578**	**3,85E+08**

Στην αρχή υπολογίζουμε τις ροπές ως προς την αρχή $\chi = 0$

$$V_1 = \frac{\sum fi \cdot xi}{\sum fi} = \frac{7092,5}{187} = 37,92$$

$$V_2 = \frac{\sum fi \cdot xi^2}{\sum fi} = \frac{284568,75}{187} = 1521,75$$

$$V_3 = \frac{\sum fi \cdot \chi_i^3}{\sum f_i} = \frac{11977578}{187} = 64051,22$$

$$V_4 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^4}{\sum f_i} = \frac{3,85\mathrm{E}+08}{187} = 2058824$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο, σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1521,75 - 37,92^2 = 83,82$

$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 64051,22 - 3 \cdot 1521,75 \cdot 37,92 + 2 \cdot 37,92^3 = -10,72$

$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$

$2058824 - 4 \cdot 64051,22 \cdot 37,92 + 6 \cdot 37,92^2 \cdot 1521,75 - 3 \cdot 37,92^4 = -730375$

Επομένως ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(-10,72)^2}{83,82^3} = 0,0001$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-10,72}{9,15^3} = 0,01$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 \prec 0$, η κατανομή παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{-730375}{9,15^4} = 104,19$$

και σύμφωνά με τον **Fisher** είναι:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{-730375}{9,15^4} - 3 = -107,19$$

Επειδή το $\beta_2 > 3$, η καμπύλη είναι λεπτόκυρτη και φανερώνει μεγάλη συγκέντρωση των τιμών περί το μέσο αριθμητικό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μελέτη προσλήψεων στο Δήμο Εύοσμου και μελλοντική εκτίμηση

5.1 Εφαρμογή της ευθείας παλινδρόμησης για τον Δήμο Εύοσμου

	Ετος(xi)	i	Xi*yi	Xi^2
	1998	10	19980	3992004
	1999	30	59970	3996001
	2000	15	30000	4000000
	2001	17	34017	4004001
	2002	15	30030	4008004
	2003	21	42063	4012009
	2004	5	10020	4016016
ΥΝΟΛΟ	**14007**	**113**	**226080**	**28028035**

Η ευθεία παλινδρόμησης είναι: $y_i = \alpha + \beta \cdot \chi_i$

Για να προσδιορίσουμε τα α, β χρησιμοποιούμε τους παρακάτω τύπους:

$$\beta = \frac{\mathrm{N} \cdot \sum \chi_i \cdot y_i - \sum \chi_i \cdot \sum y_i}{\mathrm{N} \cdot \sum \chi_i^2 - \left(\sum \chi_i\right)^2}$$

$\alpha = \mu_y - \beta \cdot \mu_x$ οπού:

$$\mu_y = \frac{\sum y_i}{\mathrm{N}}, \mu_x = \frac{\sum \chi_i}{\mathrm{N}}$$

Άρα έχουμε: $\beta = \dfrac{\mathrm{N}\sum \chi_i \cdot y_i - \sum \chi_i \cdot \sum y_i}{\mathrm{N} \cdot \sum \chi_i^2 - \left(\sum \chi_i\right)^2} = \dfrac{7 \cdot 226080 - 14007 \cdot 113}{7 \cdot 28028035 - (14007)^2} = -6{,}3377E + 12$

$$\mu_y = \frac{\sum y_i}{\mathrm{N}} = \frac{113}{7} = 16{,}14$$

$$\mu_x = \frac{\sum \chi_i}{\mathrm{N}} = \frac{14007}{7} = 2001$$

Επομένως το :

$\alpha = \mu_y - \beta \cdot \mu_x = 16{,}14 - (-6{,}337E + 12) \cdot 2001 = 1{,}26803E + 16$

Άρα η ευθεία παλινδρόμησης είναι: $y = 1{,}2680E + 16 + 6{,}3377E + 12 \cdot \chi_i$

Άρα η ευθεία παλινδρόμησης είναι: $y = -662{,}17 + 0{,}34 \cdot \chi_i$

5.2 Εφαρμογή της χρονολογικής σειράς για τον Δήμο Ευόσμο

Έτος	Αριθμός προσλήψεων
1998	10
1999	30
2000	15
2001	17
2002	15
2003	21
2004	5

Επειδή ο αριθμός των ετών είναι περί , αντιστοιχίζουμε τα δύο μεσαία έτη σε υποδιαιρέσεις -1 και 1 και έτσι προκύπτει ο παρακάτω πίνακας.

Έτος	yi	xi	xi*yi	xi^2
1998	10	-3	-30	9
1999	30	-2	-60	4
2000	15	-1	-15	1
2001	17	0	0	0
2002	15	1	15	1
2003	21	2	42	4
2004	5	3	15	9
ΣΥΝΟΛΟ	**113**	**0**	**-33**	**28**

Η εξίσωση της ευθείας τάσης είναι: $y_i = \alpha + \beta \cdot \chi_i$

Για να προσδιορίσουμε τα α, β χρησιμοποιούμε τους παρακάτω τύπους:

$$\alpha = \frac{\sum y_i}{\mathrm{N}}$$

$$\beta = \frac{\sum \chi_i \cdot y_i}{\sum \chi_i^2}$$

$$\alpha = \frac{\sum y_i}{\mathrm{N}} = \frac{113}{7} = 16{,}14$$

Άρα έχουμε:

$$\beta = \frac{\sum \chi_i \cdot y_i}{\sum \chi_i^2} = \frac{-33}{28} = -1{,}17$$

Άρα η ευθεία τάσης θα είναι: $y = 16{,}14 + (-1{,}17) \cdot \chi_i$

Αν θέλουμε να προσδιορίσουμε των αριθμό των υπαλλήλων που θα προσληφθούν το 2004 και 2005, όπου $\chi = 5$ και $\chi = 6$ θα έχουμε:

$$y = 16{,}14 + (-1{,}17) \cdot (5) = 10{,}29$$
$$y = 16{,}14 + (-1{,}17) \cdot (6) = 9{,}12$$

Επομένως περίπου 10 άτομα θα προσληφθεί την περίοδο 2005-2006.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Μελέτη των απολαβών του προσωπικού του Δήμου Εύοσμου

6.1 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού (μ)

6.1.1 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Οι αποδοχές των 134 ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi
600-750	675	10	6750
750-900	825	20	16500
900-1050	975	30	29250
1050-1200	1125	40	45000
1200-1350	1275	22	28050
1350-1500	1425	10	14250
1500-1650	1575	2	3150
Σύνολο		**134**	**142950**

Για να βρούμε τον Μέσο Αριθμητικό των αποδοχών χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum fi} = \frac{142950}{134} = 1066{,}79$$

Επομένως ο Μέσος Αριθμητικός των αποδοχών των ανδρών είναι μ= 1.066,79 €

6.1.2 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού (μ) για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Οι αποδοχές των 53 γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Τάξεις	**xi**	**fi**	**Fi*xi**
600-750	675	3	2025
750-900	825	5	4125
900-1050	975	20	19500
1050-1200	1125	10	11250
1200-1350	1275	10	12750
1350-1500	1425	3	4275
1500-1650	1575	2	3150
Σύνολο		**53**	**57075**

Για να βρούμε τον Μέσο Αριθμητικό των αποδοχών χρησιμοποιούμε τον τύπο :

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot xi}{\sum f_i} = \frac{57075}{53} = 1076{,}88$$

Επομένως ο Μέσος Αριθμητικός των αποδοχών των γυναικών είναι μ= 1.076,88 €

6.1.3 Εφαρμογή του Μέσου Αριθμητικού για τις αποδοχές του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Οι αποδοχές των 187 υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου εμφανίζονται στο Δήμο Εύοσμου εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi
600-750	675	13	8775
750-900	825	25	20625
900-1050	975	50	48750
1050-1200	1125	50	56250
1200-1350	1275	32	40800
1350-1500	1425	13	18525
1500-1650	1575	4	6300
Σύνολο		**187**	**200025**

Ο Μέσος Αριθμητικός των αποδοχών των υπαλλήλων σύμφωνα με τον τύπο είναι:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{200025}{187} = 1069{,}65€$$

Επομένως ο Μέσος Αριθμητικός των αποδοχών του συνόλου των υπαλλήλων είναι
μ= 1.069,65 €

6.2 Εφαρμογή της Διαμέσου (M)

6.2.1 Εφαρμογή της Διαμέσου (M) για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου .

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των 261 ανδρών του Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	**fi**	**Fi**
600-750	10	10
750-900	20	30
900-1050	30	60
1050-1200	40	100
1200-1350	22	122
1350-1500	10	132
1500-1650	2	134
Σύνολο	**134**	

Σύμφωνα με τον τύπο της Διαμέσου έχουμε:

$$\mathrm{M} = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\frac{\mathrm{N}}{2} = \frac{134}{2} = 67$

$\alpha_{i-1} = 1050$

$f_i = 40$

$F_{i-1} = 60$

$\delta = 150$

Άρα: $\mathrm{M} = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) = 1050 + \frac{150}{40} \cdot (67 - 60) =$ 1.076,25 €

Επομένως M=1.076,25 €

6.2.2 Εφαρμογή της Διαμέσου (M) για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των 53 γυναικών του Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	fi	Fi
600-750	3	3
750-900	5	8
900-1050	20	28
1050-1200	10	38
1200-1350	10	48
1350-1500	3	51
1500-1650	2	53
Σύνολο	**53**	

Σύμφωνα με τον τύπο της Διαμέσου έχουμε :

$$\mathrm{M} = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$$\frac{\mathrm{N}}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5$$
$$\alpha_{i-1} = 900$$
$$f_i = 20$$
$$F_{i-1} = 8$$
$$\delta = 150$$

Άρα: $\mathrm{M} = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{2} - F_{i-1} \right)$=900+$\frac{150}{20} \cdot (26{,}5 - 8) =$ 1.038,75 €

Επομένως M= 1.038,75 €

6.2.3 Εφαρμογή της Διαμέσου (Μ) για τις αποδοχές των 187 υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των 187 υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου.

Τάξεις	fi	Fi
600-750	13	13
750-900	25	38
900-1050	50	88
1050-1200	50	138
1200-1350	32	170
1350-1500	13	183
1500-1650	4	187
Σύνολο	**187**	

Σύμφωνα με τον τύπο της Διαμέσου έχουμε :

$$M = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{N}{2} - F_{i-1}\right) \text{όπου}$$

$$\frac{N}{2} = \frac{187}{2} = 93{,}5$$
$$\alpha_{i-1} = 1050$$
$$f_i = 50$$
$$F_{i-1} = 88$$
$$\delta = 150$$

Άρα: $M = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{N}{2} - F_{i-1}\right)$=1050+$\frac{150}{50}\cdot(93{,}5-88)$= 1.066,50 €

Επομένως Μ=1.066,50 €.

6.3 Εφαρμογή του Πρώτου Τεταρτημορίου (Q_1)

6.3.1 Εφαρμογή του Πρώτου Τεταρτημορίου των αποδοχών των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Εφαρμόζοντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου (Q_1) έχουμε:

$$Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$$\frac{N}{4} = \frac{134}{4} = 33{,}5$$

$$\alpha_{i-1} = 900$$

$$f_i = 30$$

$$F_{i-1} = 30$$

$$\delta = 150$$

Άρα $Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) = 900 + \frac{150}{30} \cdot (33{,}5 - 30) =$ 917,50 €

Επομένως οι αμοιβές του 25% των ανδρών στο Δήμο Εύοσμου είναι 917,50 € και το υπόλοιπο 75% των ανδρών είναι από 917,50 € έως και 1650€ .

6.3.2 Εφαρμογή του Πρώτου Τεταρτημορίου (Q_1) των αποδοχών των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Εφαρμόζοντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου (Q_1) έχουμε:

$$Q_1 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$$\frac{N}{4}=\frac{53}{4}=13{,}25$$
$$\alpha_{i-1}=900$$
$$f_i=20$$
$$F_{i-1}=8$$
$$\delta=150$$

Άρα: $Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right)=900+\frac{150}{20}\cdot(13{,}25-8)=939{,}38$ €

Επομένως οι αμοιβές του 25% των γυναικών στο Δήμο Εύοσμου είναι 939,38 € και το υπόλοιπο 75% των γυναικών είναι από 939,38 € έως και 1650€

6.3.3 Εφαρμογή του Πρώτου Τεταρτημορίου (Q_1) των αποδοχών του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Εφαρμόζοντας τον τύπο του πρώτου τεταρτημορίου (Q_1) έχουμε :

$$Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right)\text{όπου:}$$

$$\frac{N}{4}=\frac{187}{4}=46{,}75$$
$$\alpha_{i-1}=900$$
$$f_i=50$$
$$F_{i-1}=38$$
$$\delta=150$$

Άρα: $Q_1=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{N}{4}-F_{i-1}\right)=900+\frac{150}{50}\cdot(46{,}75-38)=926{,}25$ €

Επομένως οι αμοιβές του 25% του συνόλου των υπαλλήλων στο Δήμο Εύοσμου είναι 926,25 € και το υπόλοιπο 75% του συνόλου των υπαλλήλων είναι από 926,25 € έως και 1.650 € .

6.4 Εφαρμογή του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3)

6.4.1 Εφαρμογή του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) των αποδοχών των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα των αποδοχών των ανδρών βρίσκουμε το $\frac{3N}{4} = \frac{3 \cdot 134}{4} = 100{,}5$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) θα έχουμε :

$$Q_3 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{3N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$\frac{3N}{4} = \frac{134}{4} = 100{,}5$

$\alpha_{i-1} = 1200$

$f_i = 22$

$F_{i-1} = 100$

$\delta = 150$

Άρα: $Q_3 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{3N}{4} - F_{i-1} \right) = 1200 + \frac{150}{22} \cdot (100{,}5 - 100) =$ 1.203,41 €

Επομένως οι απολαβές του 75% των ανδρών που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι 1.203,41 € και το 25% αυτών είναι από 1.203,41 € έως και 1.650 € .

6.4.2 Εφαρμογή του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) των αποδοχών των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα των αποδοχών των γυναικών βρίσκουμε το $\frac{3N}{4} = \frac{3 \cdot 53}{4} = 39{,}75$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) θα έχουμε:

$$Q_3 = \alpha_{i-1} + \frac{\delta}{f_i} \cdot \left(\frac{3N}{4} - F_{i-1} \right) \text{όπου:}$$

$$\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 53}{4}=39{,}75$$

$\alpha_{i-1}=1200$

$f_i=10$

$F_{i-1}=38$

$\delta=150$

Άρα: $Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right)=1200+\frac{150}{10}\cdot(39{,}75-38)=$ 1.226,25 €

Επομένως οι απολαβές του 75% των γυναικών που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι από 1.226,25 € έως και 1.650 €.

6.4.3 Εφαρμογή του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) των αποδοχών του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα των αποδοχών του συνόλου των υπαλλήλων βρίσκουμε το $\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 187}{4}=140{,}25$ οπότε χρησιμοποιώντας τον τύπο του τρίτου τεταρτημορίου (Q_3) θα έχουμε:

$$Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right)$$ όπου:

$$\frac{3N}{4}=\frac{3\cdot 187}{4}=140{,}25$$

$\alpha_{i-1}=1050$

$f_i=32$

$F_{i-1}=138$

$\delta=150$

Άρα $Q_3=\alpha_{i-1}+\frac{\delta}{f_i}\cdot\left(\frac{3N}{4}-F_{i-1}\right)=1050+\frac{150}{32}\cdot(140{,}25-138)=$ 1.060,55 €

Επομένως οι απολαβές του 75% του συνόλου των υπαλλήλων που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι1.060,55 € και το 25% αυτών είναι από 1.060,55 € έως και 1.650 €.

6.5.Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής (Mo)

6.5.1 Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής (Mo) για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις αποδοχές των 134 ανδρών που εργάζονται στον Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	fi
600-750	10
750-900	20
900-1050	30
1050-1200	40
1200-1350	22
1350-1500	10
1500-1650	2
Σύνολο	**134**

Με βάση τον πίνακα έχουμε:

$\alpha_{i-1} = 1050$
$\delta = 150$
$\Delta_1 = 10$
$\Delta_2 = 18$

Εφαρμόζοντας τον τύπο της Επικρατούσας τιμής έχουμε:

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 1050 + \frac{10 \cdot 150}{18 + 10} = 1.143{,}33\ €$$

Οι αποδοχές των περισσοτέρων ανδρών στο Δήμο Εύοσμου είναι 1.143,33 €

6.5.2 Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής (Mo) για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις αποδοχές των 53 γυναικών που εργάζονται στον Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
600-750	3
750-900	5
900-1050	20
1050-1200	10
1200-1350	10
1350-1500	3
1500-1650	2
Σύνολο	**53**

Με βάση τον πίνακα έχουμε:

$\alpha_{i-1} = 1050$
$\delta = 150$
$\Delta_1 = 10$
$\Delta_2 = 18$

Εφαρμόζοντας τον τύπο της Επικρατούσας τιμής έχουμε:

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 1050 + \frac{10 \cdot 150}{18+10} = 1.140{,}00\ €$$

Οι αποδοχές των περισσότερων γυναικών στο Δήμο Εύοσμου είναι 1.140,00 €

6.5.3 Εφαρμογή της Επικρατούσας Τιμής (Mo) για τις αποδοχές του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα παρατηρούμε τις αποδοχές των 187 υπαλλήλων που εργάζονται στον Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
600-750	13
750-900	25
900-1050	50
1050-1200	51
1200-1350	32
1350-1500	13
1500-1650	3
Σύνολο	**187**

Με βάση τον παραπάνω πίνακα έχουμε:

$$\alpha_{i-1} = 1050$$
$$\delta = 150$$
$$\Delta_1 = 1$$
$$\Delta_2 = 19$$

Εφαρμόζοντας τον τύπο της Επικρατούσας τιμής έχουμε:

$$M_o = \alpha_{i-1} + \frac{\Delta_1 \cdot \delta}{\Delta_2 + \Delta_1} = 1050 + \frac{1 \cdot 150}{19+1} = 1.058{,}89\ €$$

Οι αποδοχές των περισσοτέρων υπαλλήλων που απασχολούνται στο Δήμο Εύοσμου είναι 1.058,89 €

6.6 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης(σ)

6.6.1 Εφαρμογή της Διακύμανσης(σ^2)και της Τυπικής απόκλισης(σ) για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	xi	fi	Fi*xi	Fi*xi^2
600-750	675	10	6750	4556250
750-900	825	20	16500	13612500
900-1050	975	30	29250	28518750
1050-1200	1125	40	45000	50625000
1200-1350	1275	22	28050	35763750
1350-1500	1425	10	14250	20306250
1500-1650	1575	2	3150	4961250
Σύνολο		**134**	**142950**	**1,58E+08**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{142950}{134} = 1066,79$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{1,58\text{E}+08}{134} - (1066,79)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 41.063,57\ €$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{41063,57} = 202,64$ €

6.6.2 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης(σ) για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου .

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
600-750	675	3	2025	1366875
750-900	825	5	4125	3403125
900-1050	975	20	19500	19012500
1050-1200	1125	10	11250	12656250
1200-1350	1275	10	12750	16256250
1350-1500	1425	3	4275	6091875
1500-1650	1575	2	3150	4961250
Σύνολο		**53**	**57075**	**63748125**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \dfrac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{57075}{53} = 1.076{,}89\ €$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \dfrac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{63748125}{53} - (1076{,}89)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 43.102{,}74\ €$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{43102{,}73} =$ 207,61 €

6.6.3 Εφαρμογή της Διακύμανσης (σ^2) και της Τυπικής απόκλισης(σ) για τις αποδοχές των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
600-750	675	13	8775	5923125
750-900	825	25	20625	17015625
900-1050	975	50	48750	47531250
1050-1200	1125	51	57375	64546875
1200-1350	1275	32	40800	52020000
1350-1500	1425	13	18525	26398125
1500-1650	1575	3	4725	7441875
Σύνολο		**187**	**199575**	**2,21E+08**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{199575}{187} = 1.067,25 €$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{2,21E+08}{187} - (1067,25)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 42.795,62 €$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{42795,62} = 206,87 €$

6.7 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας

6.7.1 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	xi	fi	Fi*xi	Fi*xi^2
600-750	675	10	6750	4556250
750-900	825	20	16500	13612500
900-1050	975	30	29250	28518750
1050-1200	1125	40	45000	50625000
1200-1350	1275	22	28050	35763750
1350-1500	1425	10	14250	20306250
1500-1650	1575	2	3150	4961250
Σύνολο		**134**	**142950**	**1,58E+08**

Από τους τύπους του μέσου αριθμητικού, της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης που έχουμε αναφέρει παραπάνω έχουμε:

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{142950}{134} = 1.066{,}79\ €$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{1{,}58E+08}{134} - (1066{,}79)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 41.063{,}57\ €$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{41063{,}57} = 202{,}64$

Άρα ο συντελεστής μεταβλητικότητας των αποδοχών των ανδρών είναι:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{202{,}64}{1066{,}79} \cdot 100\% = 0{,}19$$

6.7.2 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
600-750	675	3	2025	1366875
750-900	825	5	4125	3403125
900-1050	975	20	19500	19012500
1050-1200	1125	10	11250	12656250
1200-1350	1275	10	12750	16256250
1350-1500	1425	3	4275	6091875
1500-1650	1575	2	3150	4961250
Σύνολο		**53**	**57075**	**63748125**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{57075}{53} = 1.076{,}89 \text{ €}$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{63748125}{53} - (1076{,}89)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 43.102{,}74 \text{ €}$$

Άρα η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{43102{,}73} =$ 207,61 €

Επομένως, ο συντελεστής μεταβλητικότητας των αποδοχών των γυναικών είναι:

$$CV(\mathrm{X}) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{207{,}61}{1076{,}89} \cdot 100\% = 0{,}19$$

6.7.3 Εφαρμογή του Συντελεστή μεταβλητικότητας για τις αποδοχές του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2
600-750	675	13	8775	5923125
750-900	825	25	20625	17015625
900-1050	975	50	48750	47531250
1050-1200	1125	51	57375	64546875
1200-1350	1275	32	40800	52020000
1350-1500	1425	13	18525	26398125
1500-1650	1575	3	4725	7441875
Σύνολο		**187**	**199575**	**2,21E+08**

Εφαρμόζοντας τον τύπο $\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$ του μέσου αριθμητικού θα έχουμε:

$$\mu = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{199575}{187} = 1.067{,}25\ €$$

Από τον τύπο της Διακύμανσης $\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2$ θα έχουμε:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{2{,}21E+08}{187} - (1067{,}25)^2 \Leftrightarrow \sigma^2 = 42.795{,}62\ €$$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{42795{,}62} = 206{,}87\ €$

Επομένως ο συντελεστής μεταβλητικότητας των αποδοχών του συνόλου των υπαλλήλων είναι:

$$CV(X) = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\% = \frac{206{,}87}{1067{,}25} \cdot 100\% = 0{,}19$$

Από τα παραπάνω συμπεράνουμε ότι στο Δήμο Εύοσμου η κατανομή των απολαβών των ανδρών και γυναικών και του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου παρουσιάζει την ίδια διασπορά .

6.8 Εφαρμογή Ασυμμετρίας και Κύρτωσης

6.8.1 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και της Κύρτωσης για τις αποδοχές των ανδρών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των ανδρών στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
600-750	10
750-900	20
900-1050	30
1050-1200	40
1200-1350	22
1350-1500	10
1500-1650	2
Σύνολο	**134**

Στην συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
600-750	675	10	6750	4556250	3075468750	2,07594E+12
750-900	825	20	16500	13612500	11230312500	9,26501E+12
900-1050	975	30	29250	28518750	27805781250	2,71106E+13
1050-1200	1125	40	45000	50625000	56953125000	6,40723E+13
1200-1350	1275	22	28050	35763750	45598781250	5,81384E+13
1350-1500	1425	10	14250	20306250	28936406250	4,12344E+13
1500-1650	1575	2	3150	4961250	7813968750	1,2307E+13
Σύνολο		**134**	**142950**	**1,58E+08**	**1,81414E+11**	**2,14204E+14**

Στην αρχή υπολογίζουμε τις ροπές ως προς την αρχή χ=0.

$$V_1 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{142950}{134} = 1066{,}79$$

$$V_2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} = \frac{1{,}58E+08}{134} = 1179104$$

$$V_3 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^3}{\sum f_i} = \frac{1{,}81414E+11}{134} = 1353835821$$

$$V_4 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^4}{\sum f_i} = \frac{2{,}14204E+14}{134} = 1{,}59854E+12$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο, σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1179104 - 1066{,}79^2 = 41063{,}09$

$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 1353835821 - 3 \cdot 1179104 \cdot 1066{,}79 + 2 \cdot 1066{,}79^3 = 8368064{,}69$

$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$

$= 1{,}59854E+12 - 4 \cdot 1353835821 \cdot 1066{,}79 + 6 \cdot 1066{,}79^2 \cdot 1179104 - 3 \cdot 1066{,}79^4 = -12693867025$

Επομένως, ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{8368064{,}69^2}{41063{,}09^3} = 1{,}01$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

$$\gamma_1 = \frac{\mu^3}{\sigma^3} = \frac{8368064{,}69}{202{,}64} = 1$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 > 0$, η κατανομή παρουσιάζει θετική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{-12693867025}{202{,}64^4} = -7{,}52$$

Και σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{-12693867025}{202{,}64^4} \text{-3=-10,52}$$

6.8.2 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και της Κύρτωσης για τις αποδοχές των γυναικών που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των γυναικών στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
600-750	3
750-900	5
900-1050	20
1050-1200	10
1200-1350	10
1350-1500	3
1500-1650	2
Σύνολο	**53**

Στην συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
600-750	675	3	2025	1366875	922640625	6,22782E+11
750-900	825	5	4125	3403125	2807578125	2,31625E+12
900-1050	975	20	19500	19012500	1,8537E+10	1,80738E+13
1050-1200	1125	10	11250	12656250	1,4238E+10	1,60181E+13
1200-1350	1275	10	12750	16256250	2,0727E+10	2,64266E+13
1350-1500	1425	3	4275	6091875	8680921875	1,23703E+13
1500-1650	1575	2	3150	4961250	7813968750	1,2307E+13
Σύνολο		**53**	**57075**	**63748125**	**7,3727E+10**	**8,81347E+13**

$$V_1 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{57075}{53} = 1076{,}88$$

$$V_2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} = \frac{63748125}{53} = 1202794{,}81$$

$$V_3 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^3}{\sum f_i} = \frac{7{,}3727E+10}{53} = 1{,}39108E+12$$

$$V_4 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^4}{\sum f_i} = \frac{8{,}81347E+13}{53} = 166292E+12$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο, σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1202794{,}81 - 1076{,}88^2 = 43124{,}27$$

$$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 1{,}39108E+12 - 3 \cdot 1202794{,}81 \cdot 1076{,}88 + 2 \cdot 1076{,}88^3 = 1{,}38969E+12$$

$$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$$

$$= 16629E+12 - 4 \cdot 1{,}39108E+12 \cdot 1076{,}88 + 6 \cdot 1076{,}88^2 \cdot 1202794{,}81 - 3 \cdot 1076{,}88^4 = 160304E+17$$

Επομένως, ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{1{,}38969E+12^2}{43124{,}27^3} = 24080782514$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1{,}38969E+12}{207{,}61^3} = 155300{,}59$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 > 0$, η κατανομή παρουσιάζει θετική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{160304E+17}{207{,}61^4} = 8{,}62$$

Και σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{160304E+17}{207{,}61^4} \text{-} 3 = \text{-}10{,}52$$

6.8.3 Εφαρμογή της Ασυμμετρίας και της Κύρτωσης για τις αποδοχές του συνόλου των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου.

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι αποδοχές των γυναικών στο Δήμο Εύοσμου.

Τάξεις	fi
600-750	13
750-900	25
900-1050	50
1050-1200	51
1200-1350	32
1350-1500	13
1500-1650	3
Σύνολο	**187**

Στην συνέχεια σχηματίζουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του οποίου θα υπολογίσουμε την ασυμμετρία και την κύρτωση.

Τάξεις	xi	fi	fi*xi	fi*xi^2	fi*xi^3	fi*xi^4
600-750	675	13	8775	5923125	3998109375	2,69872E+12
750-900	825	25	20625	17015625	14037890625	1,15813E+13
900-1050	975	50	48750	47531250	46342968750	4,51844E+13
1050-1200	1125	51	57375	64546875	72615234375	8,16921E+13
1200-1350	1275	32	40800	52020000	66325500000	8,4565E+13
1350-1500	1425	13	18525	26398125	37617328125	5,36047E+13
1500-1650	1575	3	4725	7441875	11720953125	1,84605E+13
Σύνολο		**187**	**199575**	**2,21E+08**	**2,52658E+11**	**2,97787E+14**

Στην αρχή υπολογίζουμε τις ροπές ως προς την αρχή $\chi = 0$

$$V_1 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i}{\sum f_i} = \frac{199575}{187} = 106{,}72$$

$$V_2 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^2}{\sum f_i} = \frac{2{,}21E+08}{187} = 1181818$$

$$V_3 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^3}{\sum f_i} = \frac{2{,}52658E+11}{187} = 135111299$$

$$V_4 = \frac{\sum f_i \cdot \chi_i^4}{\sum f_i} = \frac{2{,}97787E+14}{187} = 1{,}59244E+12$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις ροπές ως προς το μέσο ,σε συνάρτηση με τις ροπές ως προς την αρχή.

$$\mu_2 = V_2 - V_1^2 = 1181818 - 106{,}72^2 = 1170428{,}84$$

$$\mu_3 = V_3 - 3 \cdot V_2 \cdot V_1 + 2 \cdot V_1^3 = 135111299 - 3 \cdot 1181818 \cdot 106{,}72 + 2 \cdot 106{,}72^3 = -240828649{,}9$$

$$\mu_4 = V_4 - 4 \cdot V_3 \cdot V_1 + 6 \cdot V_1^2 \cdot V_2 - 3 \cdot V_1^4 =$$

$$= 1{,}59244E+12 - 4 \cdot 135111299 \cdot 106{,}72 + 6 \cdot 106{,}72^2 \cdot 1181818 - 3 \cdot 106{,}72^2 = 1{,}61552E+12$$

Επομένως, ο συντελεστής ασυμμετρίας του **Pearson** θα είναι:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(-240828649{,}9)^2}{1170428{,}84^3} = 0{,}03$$

Και ο συντελεστής ασυμμετρίας σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-2408286649}{206{,}87^3} = 272{,}02$$

Επειδή $\beta_1 \neq 0$ και $\mu_3 > 0$, η κατανομή παρουσιάζει θετική ασυμμετρία.

Η κύρτωση σύμφωνα με τον **Pearson** θα είναι:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{1{,}61552E+12}{206{,}87^4} = 882{,}10$$

Και σύμφωνα με τον **Fisher** θα είναι:

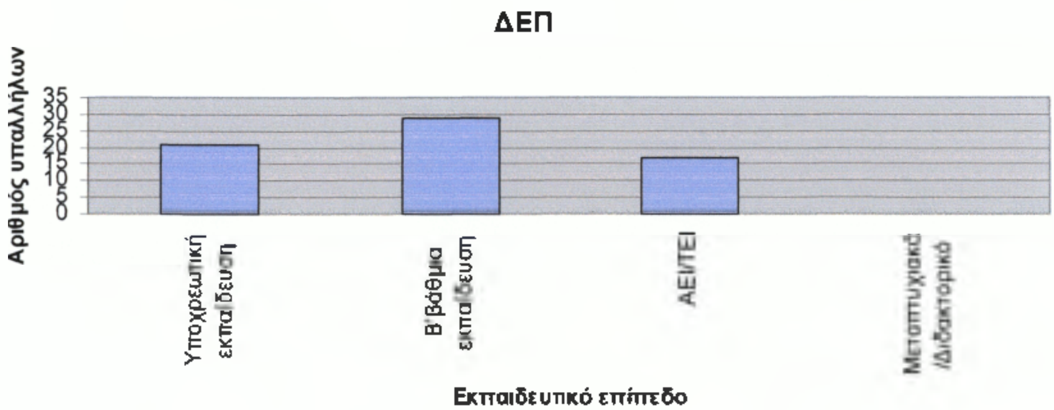
$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{1{,}61552E+12}{206{,}87^4} - 3 = \text{-3=}879{,}10$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7.1 Επιχειρήσεις της Αυτοδιοίκησης

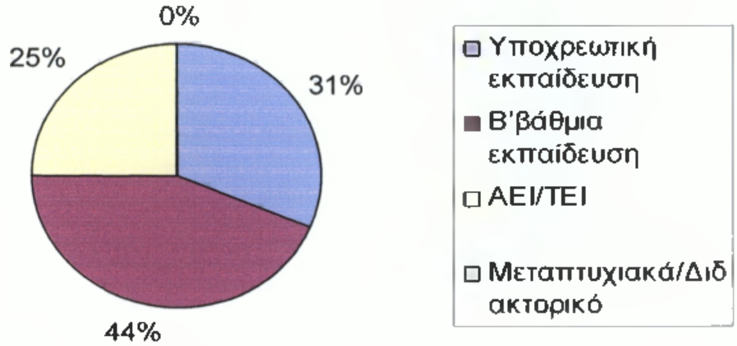
7.1.1 Δημοτική Επιχείρηση Πολιτισμού

Εκπαιδευτικό επίπεδο	**Αριθμός υπαλλήλων**	**Ποσοστό**
Υποχρεωτική εκπαίδευση	21	31,34
Β'βάθμια εκπαίδευση	29	43,28
ΑΕΙ/ΤΕΙ	17	25,37
Μεταπτυχιακά/Διδακτορικό	0	0
Σύνολο	**67**	**100**



Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στη Δημοτική Επιχείρηση Πολιτισμού απασχολούνται συνολικά 67 άτομα εκ των οποίων οι 21 είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης ,οι 29 είναι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και 17 πανεπιστημιακής εκπαίδευσης ενώ δεν υπάρχει κανένα άτομο που να έχει κάνει μεταπτυχιακά ή διδακτορικό.

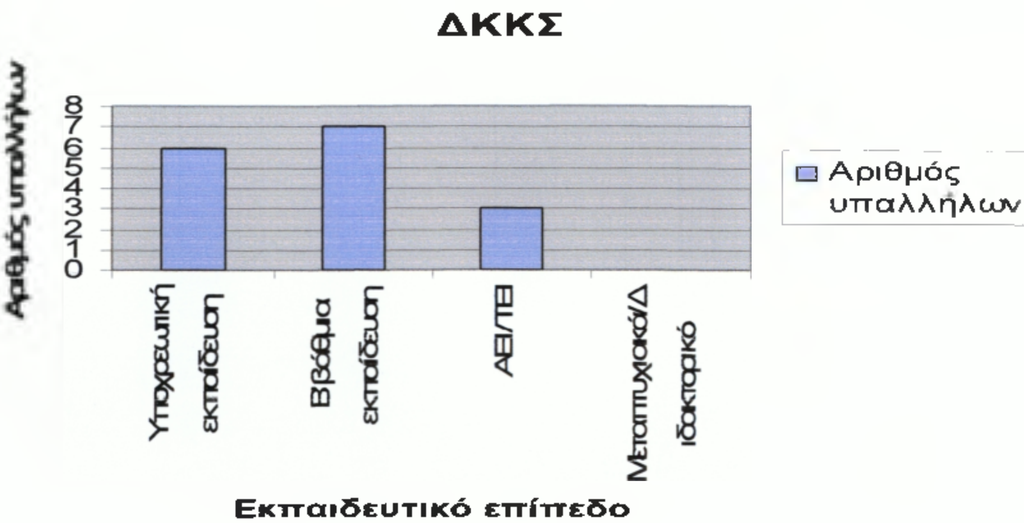
ΔΕΠ



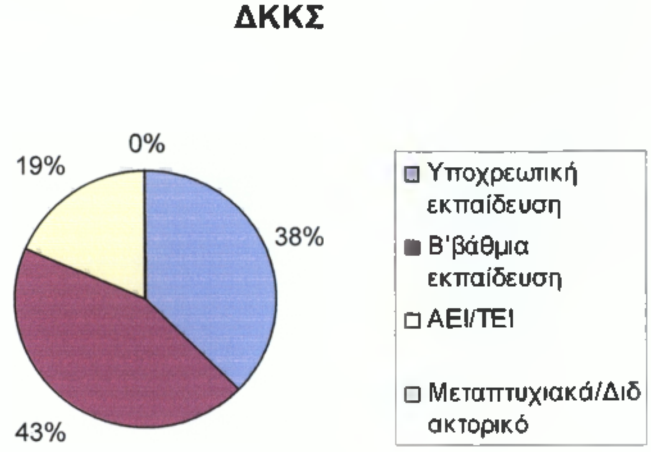
Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι το 31% των υπαλλήλων της Δημοτικής Επιχείρησης Πολιτισμού είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης ,το 44%δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και 25% πανεπιστημιακής εκπαίδευσης ενώ δεν υπάρχει κανένα άτομο που να έχει κάνει μεταπτυχιακό ή διδακτορικό.

7.1.2 Δημοτικό κέντρο κοινωνικής Στήριξης

Εκπαιδευτικό επίπεδο	**Αριθμός υπαλλήλων**	**Ποσοστό**
Υποχρεωτική εκπαίδευση	6	37,5
Β'βάθμια εκπαίδευση	7	43,75
ΑΕΙ/ΤΕΙ	3	18,75
Μεταπτυχιακά/Διδακτορικό	0	0
Σύνολο	**16**	**100**



Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δημοτικό κέντρο κοινωνικής στήριξης απασχολούνται συνολικά 16 άτομα εκ των οποίων τα 6 είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης ,τα 7 είναι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ,και τα 3 πανεπιστημιακής εκπαίδευσης ενώ δεν υπάρχει κανένα άτομο που να έχει κάνει μεταπτυχιακά ή διδακτορικό.



Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι το 38% των υπαλλήλων στο δημοτικό κέντρο κοινωνικής στήριξης είναι υποχρεωτικής εκπαίδευσης ,το 43% είναι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης το 19% είναι πανεπιστημιακής εκπαίδευσης ενώ δεν υπάρχει κανένα άτομο που να έχει κάνει μεταπτυχιακά ή διδακτορικό .

7.2 Κοινωνικές Υποδομές του Δήμου Εύοσμου

	ΑΡΙΘΜΟΣ
Παιδικοί σταθμοί	**4**
Φιλοξενούμενα παιδιά	188
Διοικητικό προσωπικό	3
Εκπαιδευτικό προσωπικό	14
Βοηθητικό προσωπικό	12
Αθλητικές Εγκαταστάσεις	
Κλειστά Γυμναστήρια	2
Κολυμβητήρια	0
Γήπεδα Ποδοσφαίρου	5
Γήπεδο Μπάσκετ	18
Γήπεδο Τένις	4
Άλλες Αθλητικές Εγκαταστάσεις	7
Διοικητικό προσωπικό	5
Εκπαιδευτικό προσωπικό	45
Βοηθητικό προσωπικό	22
Σχολικές Μονάδες	**31**
Αίθουσες Σχολικών Μονάδων	340
Λειτουργούντα Τμήματα	445
Μαθητές Α'βάθμιας Εκπαίδευσης	6.500
Μαθητές Β'βάθμιας Εκπαίδευσης	6000

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

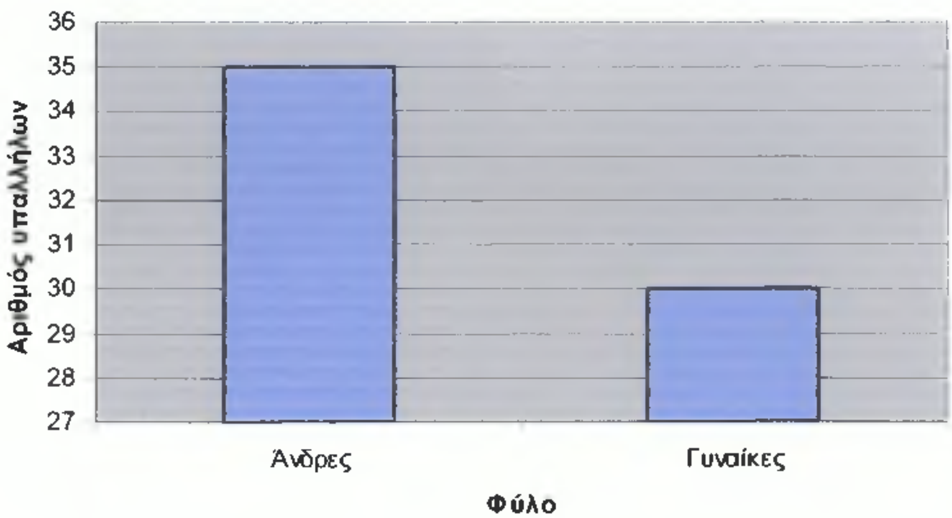
Πληροφοριακό κατάσταση του Δήμου Εύοσμου

8.1 Γνώσεις του προσωπικού σχετικά με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές

8.1.1 Αριθμός υπαλλήλων οι οποίοι γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή

Φύλο	Αριθμός υπαλλήλων	Ποσοστό
Άνδρες	35	53,84
Γυναίκες	30	46,15
Σύνολο	65	100

Αριθμός υπαλλήλων οι οποίοι γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή



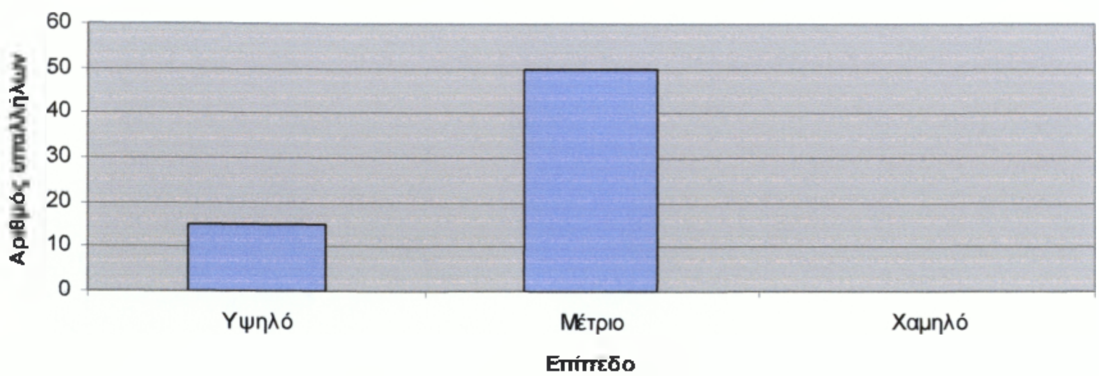
Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δήμο Εύοσμου υπάρχουν συνολικά 65 άτομα που γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή εκ των οποίων οι 35 είναι άνδρες και οι 30 γυναίκες.

Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι στο Δήμο Εύοσμου το 54% των ανδρών και το 46% των γυναικών του Δήμου γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

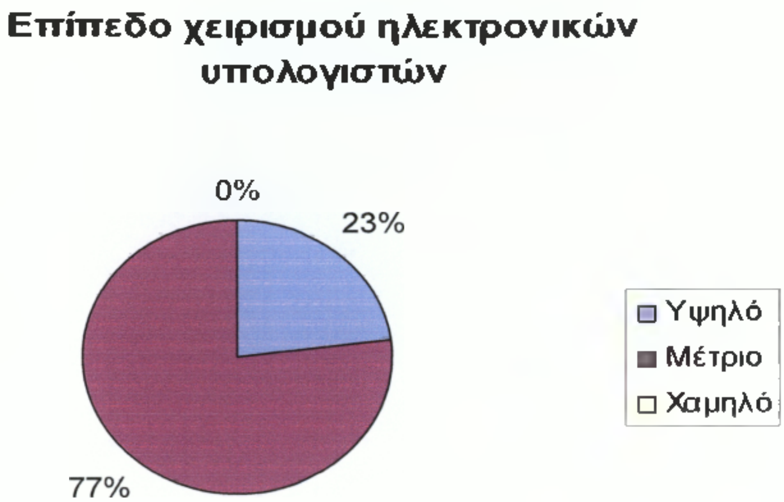
8.1.2 Επίπεδα χειρισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών

Επίπεδο	**Αριθμός Υπαλλήλων**	**Ποσοστό**
Υψηλό	15	23,07
Μέτριο	50	76,92
Χαμηλό	0	0
Σύνολο	**65**	**100**

Επίπεδα χειρισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών



Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δήμο Εύοσμου υπάρχουν 15 άτομα τα οποία γνωρίζουν πολύ καλά τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή,60 άτομα μέτρια.

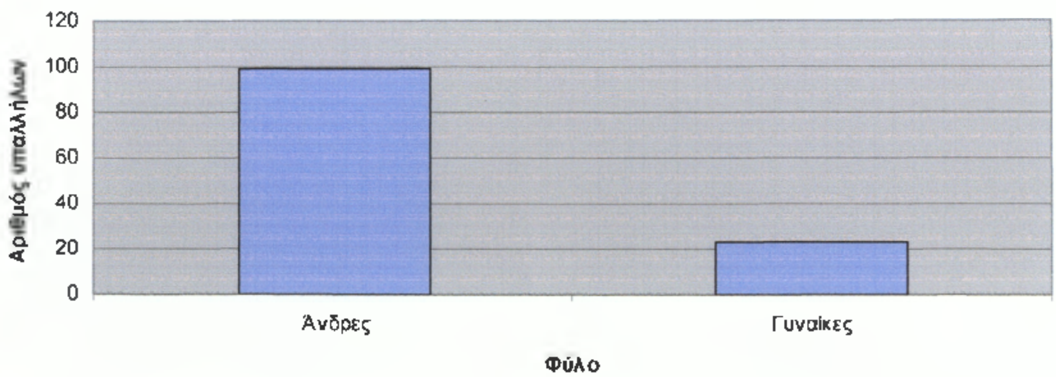


Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι το 23% των υπαλλήλων του Δήμου γνωρίζουν πολύ καλά τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και το 77% μέτρια.

8.2 Αριθμός υπαλλήλων οι οποίοι δεν γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή

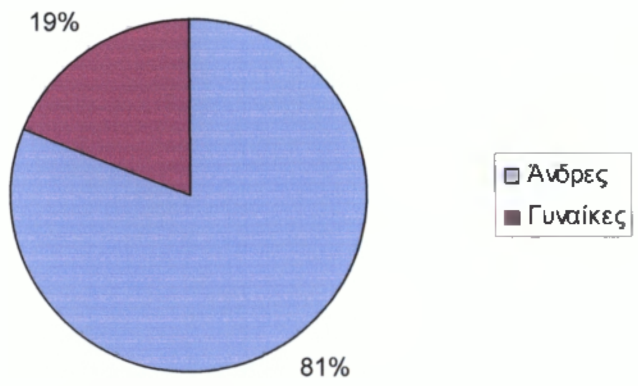
Φύλο	**Αριθμός υπαλλήλων**	**Ποσοστό**
Άνδρες	99	81,14
Γυναίκες	23	18,85
Σύνολο	122	100

Αριθμός υπαλλήλων οι οποίοι δεν γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή



Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι στο Δήμο Εύοσμου υπάρχουν συνολικά 122 άτομα τα οποία δεν γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή εκ των οποίων οι 99 είναι άνδρες και οι 23 γυναίκες.

Αριθμός υπαλλήλων οι οποίοι δεν γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή



Η παραπάνω πίτα μας δείχνει ότι το 81% των ανδρών του Δήμου Εύοσμου και το 19% των γυναικών δεν γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

8.3 Τεχνικά χαρακτηριστικά του πληροφοριακού συστήματος του Δήμου Εύοσμου.

Συμφωνά με τις πληροφορίες που αντλήσαμε από το τμήμα πληροφορικής του Δήμου Εύοσμου η πληροφοριακή κατάσταση του Δήμου είναι η εξής:

Όσον αφορά τα τεχνικά χαρακτηριστικά του πληροφοριακού συστήματος ο Δήμος διαθέτει ένα τηλεφωνικό κέντρο του οποίου ο τύπος είναι αναλογικό Digital,ένα δίκτυο του οποίου ο τύπος είναι Ethernet (TCP/IP) και έναν κεντρικό εξυπηρετητή του οποίου ο τύπος είναι Prolient 3000,2x P II/200.

Επίσης υπάρχει η διαδικασία back-up ,μονάδα αδιάλειπτης λειτουργίας και η δυνατότητα on line επικοινωνίας. Τέλος στο Δήμο υπάρχουν 56 ηλεκτρονική υπολογιστές ,23 εκτυπωτές,2 fax και 3 φωτοαντιγραφικά.

Οι λειτουργίες που εκτελούνται στο Δήμο μηχανογραφικά είναι το Πρωτόκολλο το οποίο υποστηρίζεται από γραφικό περιβάλλον και το λογισμικό που χρησιμοποιείται είναι πάπυρος, το ληξιαρχείο το οποίο υποστηρίζεται από γραφικό περιβάλλον και το λογισμικό που χρησιμοποιείται είναι ΟΤΑ Singular,το μητρώο αρένων το οποίο στηρίζεται από γραφικό περιβάλλον και το λογισμικό που χρησιμοποιείται είναι το ίδιο με αυτό του ληξιαρχείου, η οικονομική διαχείριση ΟΤΑ η οποία υποστηρίζεται από το γραφικό περιβάλλον και το λογισμικό που χρησιμοποιείται είναι Singular ,η μισθοδοσία η οποία υποστηρίζεται από γραφικό περιβάλλον και το λογισμικό που χρησιμοποιείται είναι HRMS Singular.

Τέλος υπάρχει Σύστημα Διαχείριση Σχεσιακών Βάσεων Δεδομένων και ο τύπος πλατφόρμας είναι Oracle.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ολοκληρώνοντας την πτυχιακή μου εργασία καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

Η μέση ηλικία των ανδρών του Δήμου Εύοσμου είναι 38,50 έτη, ενώ των γυναικών είναι 36,40 έτη. Απ' αυτό συμπεραίνουμε ότι ο Δήμος μας έχει ανάγκη από περισσότερα άτομα νεαρής ηλικίας.

Όσον αφορά το εκπαιδευτικό επίπεδο των υπαλλήλων που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου παρατηρούμε ότι από τους 134 άνδρες που απασχολούνται στο Δήμο μόνο 14 είναι τριτοβάθμιας εκπαίδευσης ,δηλαδή μόνο το 10,68% είναι πανεπιστημιακής και τεχνολογικής εκπαίδευσης, ενώ από τις 53 γυναίκες που εργάζονται στο Δήμο Εύοσμου οι 26 από αυτές είναι τριτοβάθμιας εκπαίδευσης δηλαδή το 49% είναι πανεπιστημιακής και τεχνολογικής εκπαίδευσης .Άρα διαπιστώνουμε ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου είναι υποχρεωτικής και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης με αποτέλεσμα να μην εξυπηρετούνται γρήγορα και αποτελεσματικά οι πολίτες.

Επιπλέον στο Δήμο Εύοσμου το επίπεδο χειρισμού των Η/Υ δεν είναι αρκετά ικανοποιητικό αφού από 187 υπαλλήλους οι 65 γνωρίζουν τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή ,ενώ οι 122 δεν γνωρίζουν ,δηλαδή μόνο 54% των υπαλλήλων ξέρουν να χειρίζονται τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Επομένως το μεγαλύτερο ποσοστό των υπαλλήλων του Δήμου Εύοσμου δεν γνωρίζουν τη χρήση υπολογιστών, ένας τομέας στον οποίο θα πρέπει να επενδύσεων στο μέλλον.

Ακόμα ,ο Δήμος Εύοσμου έχει ανάγκη από άτομα τα οποία να είναι περισσότερο εξειδικευμένα πάνω σε θέματα που αφορούν την Τοπική Αυτοδιοίκηση, έτσι ώστε να μπορούν να λυθούν τα προβλήματα του Δήμου πιο αποτελεσματικά.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Με βάση λοιπόν τα παραπάνω συμπεράσματα μπορούμε να κάνουμε κάποιες προτάσεις που θα μπορούσαν να βοηθήσουν το Δήμο Εύοσμου στην καλύτερη και πιο αποτελεσματική λειτουργία του.

Ο Δήμος Εύοσμου έχει ανάγκη από άτομα νεαρής ηλικίας τα οποία θα μπορούν να εξυπηρετούν πιο γρήγορα τους πολίτες αφού οι νέοι είναι περισσότερο δραστήριοι.

Επίσης θα πρέπει να προσλαμβάνονται περισσότερα άτομα πανεπιστημιακής και τεχνολογικής εκπαίδευσης και λιγότερα υποχρεωτικής και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης προκειμένου το επίπεδο του Δήμου να είναι υψηλό κάτι το οποίο θα βοηθούσε πάρα πολύ στην επίτευξη των στόχων του Δήμου και άρα και στην καλύτερη εξυπηρέτηση του κοινού.

Τέλος , θα πρέπει να προσλαμβάνονται εξειδικευμένα άτομα τα οποία να έχουν γνώση των προβλημάτων που αντιμετωπίζει η Τοπική Αυτοδιοίκηση. Σ' αυτό συμβάλλει το ΤΕΙ Καλαμάτας ,με τη λειτουργία του τμήματος Διοίκηση Μονάδων Τοπικής Αυτοδιοίκησης, από τους Δήμους, καθώς αυτά είναι άτομα με εξειδικευμένες γνώσεις πάνω σε θέματα Τοπικής Αυτοδιοίκησης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Κιόχος Πέτρος, ''Περιγραφική Στατιστική''Interbooks,Αθήνα ,1993.

2. Παπαδήμας Όθωνας και Κοίλιας Χρήστος, 'Εφαρμοσμένη Στατιστική', Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα,1998
3. Αγγελοπούλου Δήμητρα & Βλαχοπούλουλιώτη Φωτεινή Στατιστική μελέτη & ανάλυση του Δήμου Καλαμάτας ''πτυχιακή Εργασία Δ.Μ.Τ.Α., Σ.Δ.Ο, ΤΕΙ ΚΑΛΑΜΑΤΑΣ,2002