



ΣΧΟΛΗ: Διοίκησης και Οικονομίας

ΤΜΗΜΑ: Διοίκηση και Οικονομία στην Τοπική Αυτοδιοίκηση

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Προβλέψεις εσόδων της Δημοτικής Επιχείρησης
Ύδρευσης και Αποχέτευσης του Δήμου Κατερίνης**

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ :

ΓΚΛΙΑΤΗ ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :

ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ

Καλαμάτα 2008



Τ.Ε.Ι. ΚΑΛΑΜΑΤΑΣ

ΣΧΟΛΗ: Διοίκησης και Οικονομίας

ΤΜΗΜΑ: Διοίκηση και Οικονομία στην Τοπική Αυτοδιοίκηση

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Προβλέψεις εσόδων της Δημοτικής Επιχείρησης
Υδρευσης και Αποχέτευσης του Δήμου Κατερίνης**

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ :

ΓΚΛΙΑΤΗ ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :

ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ

Καλαμάτα 2008

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες.....	σελ. 6
Εισαγωγή.....	σελ. 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ

1.1	Εννοια και διακρίσεις των εσόδων	σελ. 8
1.2	Πωλήσεις εμπορευμάτων (Λογαριασμός 70)	σελ. 13
1.3	Λογαριασμός 73:πωλήσεις υπηρεσιών	σελ. 18

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:

ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΤΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΥΔΡΕΥΣΗΣ – ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΗΣ (Δ.Ε.Υ.Α.Κ.)

2.1	Περιγραφή του νομού Πιερίας.....	σελ. 22
2.2	Περιγραφή του δήμου Κατερίνης.....	σελ. 23
2.3	Περιγραφή και χρήσεις του νερού	σελ. 24
2.4	Αναφορά στην Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης Αποχέτευσης Κατερίνης	σελ. 25
2.5	Τα έργα της επιχείρησης ανά τομέα της	σελ. 26
2.5.1	Υδρευση	σελ. 27
2.5.2	Αποχέτευση	σελ. 27
2.5.3	Αποχέτευση ακαθάρτων και ομβρίων	σελ. 28
2.5.4	Βιολογικός σταθμός καθαρισμού Κατερίνης	σελ. 28
2.5.5	Χώρος υγειονομικής ταφής απορριμμάτων	σελ. 29
2.5.6	Επέκταση Χ.Υ.Τ.Α	σελ. 29

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

3.1	Ορισμός και συνιστώσες χρονολογικής σειράς.....	σελ. 30
3.2	Εκτίμηση της τάσης.....	σελ. 35
3.2.1	Ο προσδιορισμός της τάσης με τη χρήση κινητών μέσων όρων.....	σελ. 36
3.2.2	Ο προσδιορισμός της τάσης με τη χρήση της μεθόδου της παλινδρόμησης.....	σελ. 39
3.3	Εκτίμηση του κύκλου.....	σελ. 42
3.4	Εκτίμηση της εποχικότητας.....	σελ. 44
3.5	Τα μέτρα ακρίβειας της πρόβλεψης.....	σελ. 48
3.6	Μοντέλα πρόβλεψης.....	σελ. 50
3.6.1	Μοντέλο πρόβλεψης κινητών μέσων όρων.....	σελ. 51
3.6.2	Μοντέλο πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης.....	σελ. 55
3.6.3	Μοντέλο πρόβλεψης με τη γραμμική παλινδρόμηση.....	σελ. 63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

4.1	Υπολογισμοί των χρονολογικών σειρών μέσω του προγράμματος EXCEL.....	σελ. 67
4.2	Υπολογισμός των κινητών μέσων όρων.....	σελ. 69
4.3	Υπολογισμός γραμμικής παλινδρόμησης.....	σελ. 71
4.4	Υπολογισμός της κυκλικής συνιστώσας.....	σελ. 73
4.5	Υπολογισμός της εποχικότητας.....	σελ. 75

4.6	Υπολογισμός των μοντέλων πρόβλεψης και των μέτρων ακρίβειας.....	σελ. 77
-----	--	---------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΕΣΟΔΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΗΜΟΤΙΚΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΗΣ

5.1	Μοντέλα πρόβλεψης εσόδων με χρήση κινητών μέσων όρων.....	σελ. 82
5.2	Μοντέλα πρόβλεψης εσόδων με χρήση εκθετικής εξομάλυνσης	σελ. 92
5.3	Μοντέλα πρόβλεψης εσόδων με χρήση γραμμικής παλινδρόμησης.....	σελ. 102

	Επίλογος – Συμπεράσματα.....	σελ. 107
--	-------------------------------------	-----------------

	Συντομογραφίες.....	σελ. 111
--	----------------------------	-----------------

	Βιβλιογραφία.....	σελ. 112
--	--------------------------	-----------------

	Παράρτημα.....	σελ. 115
--	-----------------------	-----------------

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Φτάνοντας στο τέλος των σπουδών μου με την ολοκλήρωση της πτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Δημήτρη Πατσόπουλο που υπήρξε ο αρχικός επιβλέπων καθηγητής της εργασίας και καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της με βοήθησε σημαντικά.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Γρηγόρη Νικολακόπουλο που ανέλαβε την τελική επίβλεψη της πτυχιακής εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους υπαλλήλους του οικονομικού τμήματος της Δημοτικής Επιχείρησης Ύδρευσης Αποχέτευσης Κατερίνης για τις πολύτιμες πληροφορίες που μου προσέφεραν.

Τέλος εκφράζω τις ευχαριστίες στους γονείς μου οι οποίοι έδειξαν αμέριστη υποστήριξη, κατανόηση, επιμονή και υπομονή στη διάρκεια όλων των χρόνων των σπουδών μου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εργασία που ακολουθεί εκπονήθηκε στα πλαίσια των διπλωματικών εργασιών του Τμήματος Τοπικής Αυτοδιοίκησης του ΤΕΙ Καλαμάτας. Το θέμα που θα μελετήσουμε είναι οι προβλέψεις εσόδων για την Δημοτική Επιχείρηση Υδρευσης – Αποχέτευσης του δήμου Κατερίνης (Δ.Ε.Υ.Α.Κ.). Ειδικότερα ασχολούμαστε με την πρόβλεψη των κύριων εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. που προέρχονται από πωλήσεις υπηρεσιών προς τους καταναλωτές – δημότες.

Παρακινηθήκαμε να ασχοληθούμε με το θέμα αυτό καθώς κάθε χρόνο υπάρχει όλο και μεγαλύτερη έλλειψη νερού και ο συνδυασμός ενός σωστού προγραμματισμού μαζί με τα κατάλληλα μοντέλα πρόβλεψης μπορούν να δώσουν θετικά αποτελέσματα στη διαχείριση - επένδυση των εσόδων από το νερό που κάνει η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. εξοικονομώντας χρήματα που μπορούν να διαθέτουν π.χ. για έργα αντιμετώπισης της λειψυδρίας.

Η εργασία περιέχει πέντε κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην έννοια των εσόδων μιας επιχείρησης και στα είδη τους καθώς και στα συγκεκριμένα έσοδα που θα μελετήσουμε στην συνέχεια. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζουμε την ίδρυση και την λειτουργία της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις χρονολογικές σειρές και στους μεθόδους τους δίνοντας περισσότερο έμφαση στα μοντέλα που θα χρησιμοποιήσουμε για την πρόβλεψη των μελλοντικών εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. Το τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζει όλους τους υπολογισμούς που χρειάστηκε να κάνουμε με το πρόγραμμα Excel βοηθώντας έτσι όποιον θελήσει να το χρησιμοποιήσει ο ίδιος για να κάνει προβλέψεις χωρίς να είναι ειδικός. Στο πέμπτο κεφάλαιο εφαρμόζουμε στην πράξη όλη την θεωρία που παρουσιάσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια φτάνοντας στον στόχο μας που είναι η πρόβλεψη των εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. Στο τελευταίο μέρος παραθέτουμε τα συμπεράσματα της έρευνας μας.

1.1 Έννοια και διακρίσεις των εσόδων

Γύρω από την έννοια των εσόδων υποστηρίζονται δύο θεωρίες: Μία μερίδα συγγραφέων λογιστικής τάσσεται υπέρ της ευρύτερης έννοιας του εσόδου ακολουθώντας τη λογιστική θεωρία της περιουσιακής επαυξήσεως κατά την οποία ως έσοδο θεωρείται κάθε περιουσιακό στοιχείο που αυξάνει την καθαρή περιουσία (θέση) της επιχείρησης¹.

Μία άλλη μερίδα συγγραφέων λογιστικής υιοθετεί στενότερη έννοια των εσόδων ταυτίζοντας τα με τον κύκλο εργασιών (τζίρο) που είναι το καθαρό προϊόν από την πώληση αγαθών και την παροχή υπηρεσιών προς τρίτους.

Η περιορισμένη έννοια του εσόδου ανταποκρίνεται καλύτερα προς τις θεμελιώδεις λογιστικές αρχές και προφυλάσσει το λογιστή από κάθε ατόπημα αναμίξεως εσόδων που προέρχονται από τις συνήθεις δραστηριότητες και εσόδων από την πώληση παγίων στοιχείων ή εσόδων ανόργανης ή ανώμαλης φύσεως.

Έτσι δίνεται ο εξής ορισμός: έσοδο είναι το περιουσιακό στοιχείο που αποκτά η επιχείρηση από την άσκηση των συνήθων δραστηριοτήτων της, δηλαδή από την πώληση αγαθών ή την παροχή υπηρεσιών. Όταν το έσοδο προέρχεται από τακτική πηγή και επαναλαμβάνεται συνεχώς, κατά κανονικά διαστήματα, προσλαμβάνει την έννοια της προσόδου. Το άθροισμα των προσόδων από όλες τις πηγές αποτελεί το «εισόδημα»². Κατά τους λογιστικούς κανόνες ως έσοδα θεωρούνται τα προερχόμενα από την πώληση των εμπορευμάτων και προϊόντων. Τα έσοδα συσχετίζονται με τις πωλήσεις και όχι με τα εμπορεύματα που αγοράστηκαν ή τα προϊόντα που παράχθηκαν αλλά δεν έχουν πωληθεί. Αν δεν υπάρχει πώληση δεν υπάρχει έσοδο.

¹Βλ. Καραγιάνης Σ., *Το Οικονομικό Διαχειριστικό Λογιστικό Σύστημα των Δήμων*, εκδόσεις Καραναστάση Γ. Μ., 2002, σελ. 305-308.

²Μεταξύ των εσόδων, προσόδων, εισοδήματος και κύκλου εργασιών υπάρχουν λεπτές διαφορές για τις οποίες συνιστούμε τη μελέτη δύο συγγραμμάτων: Τότση Χρ. Ν, *Η Φορολογία του Εισοδήματος*, 1985, και Τότση Χρ. Ν: *Η Φορολογία του Κύκλου Εργασιών*, έκδοση 5η, 1978.

Κατά το Γενικό Λογιστικό Σχέδιο έσοδο είναι η χρηματική έκφραση της αγοραστικής δυνάμεως που αποκτάται, άμεσα ή έμμεσα, από τη δραστηριότητα της οικονομικής μονάδας και ειδικότερα από την πώληση ή εκμετάλλευση αγαθών, υπηρεσιών και δικαιωμάτων. Στην έννοια του εσόδου περιλαμβάνονται και τυχόν επιχορηγήσεις και άλλα παρόμοια φύσεως κονδύλια που καταβάλλονται στην οικονομική μονάδα για την υποβοήθηση επιτεύξεως των σκοπών της.

Συγκεκριμένα τα έσοδα στο Γενικό Λογιστικό Σχέδιο καταχωρούνται στην Ομάδα 7 και αναφέρονται στην ομαλή εκμετάλλευση της χρήσεως (οργανικά έσοδα κατ' είδος). Στα έσοδα της Ομάδας 7 παρακολουθούνται:

1. Τα έσοδα από την πώληση υλικών αγαθών ή υπηρεσιών που συνιστούν το κύριο αντικείμενο της εκμεταλλεύσεως (κύκλος εργασιών ή τζίρος).
2. Τα έσοδα από επιχορηγήσεις και από διάφορες άλλες αιτίες που έχουν σχέση με τη δραστηριότητα των πωλήσεων.
3. Τα έσοδα από παρεπόμενες ασχολίες.
4. Τα έσοδα κεφαλαίων (συμμετοχών, χρεογράφων και τόκων).
5. Η αξία κόστους των ιδιοπαραγόμενων πάγιων στοιχείων που χρησιμοποιούνται από την οικονομική μονάδα, καθώς και η αξία βελτιώσεως των στοιχείων αυτών.
6. Οι χρησιμοποιημένες προβλέψεις για την κάλυψη εξόδων εκμεταλλεύσεως.

Στους λογαριασμούς της ομάδας 7 δεν καταχωρούνται:

1. Κονδύλια που δεν συνιστούν έσοδα, όπως η είσπραξη ποσών που η οικονομική μονάδα δανείζεται ή η επιστροφή σ' αυτή ποσών που η ίδια δανείζει σε τρίτους.
2. Έκτακτα και ανόργανα έσοδα, καθώς και έκτακτα κέρδη, τα οποία παρακολουθούνται στους οικείους λογαριασμούς της ομάδας 8.

Τα έσοδα δεν ταυτίζονται με τις εισπράξεις. Υπάρχει διαφορά μεταξύ τους: τα έσοδα προκύπτουν ή κτώνται κατά τη διάρκεια της υπόλογης χρήσεως, ενώ η είσπραξη τους μπορεί να γίνει στις επόμενες χρήσεις. Τα έσοδα είναι λογιστικής και νομικής φύσεως, που μπορούν μεν να συμπίπτουν, αλλά και να υφίστανται χρονικά π.χ. η πώληση εμπορευμάτων με πίστωση δημιουργεί έσοδα, όμως δεν εισπράχθηκε το αντίτιμο των εμπορευμάτων.

Τα έσοδα διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες, από τις οποίες αναφέρονται οι εξής:

1. *Οργανικά έσοδα.* Είναι τα έσοδα που αναφέρονται στην ομαλή εκμετάλλευση της χρήσεως και συσχετίζονται με το οργανικό κόστος και τα οργανικά έξοδα για τον προσδιορισμό του οργανικού αποτελέσματος εκμεταλλεύσεως της οικονομικής μονάδας.

2. *Ανόργανα έσοδα.* Είναι τα έσοδα που προέρχονται από τυχαίες και συμπωματικές πράξεις, συναλλαγές ή άλλες δραστηριότητες της οικονομικής μονάδας, όπως π.χ. τα έσοδα από εκποίηση ενσώματων ή ασώματων πάγιων στοιχείων και τα έσοδα από λαχνούς ομολογιακών δανείων ή λαχεία.

Στην κατηγορία των ανόργανων εσόδων περιλαμβάνονται και τα έκτακτα έσοδα, όπου η πραγματοποίησή τους οφείλεται σε έκτακτα γεγονότα και περιστατικά, όπως π.χ. οι πιστωτικές συναλλαγματικές διαφορές και οι καταπτώσεις εγγυήσεων ή ποινικών ρητρών υπέρ μονάδας.

3. *Ομαλά έσοδα.* Είναι όσα πηγάζουν από την κανονική, ομαλή και κατά κανόνα προγραμματισμένη πορεία της δραστηριότητας της επιχειρήσεως.

4. *Ανώμαλα έσοδα.* Είναι τα έσοδα που οφείλονται σε απότομες μεταβολές της οικονομικής συγκυρίας ή σε έκτακτα γεγονότα και περιστατικά που, κάτω από κανονικές συνθήκες, δεν αναμένονται και η χρονική διάρκεια τους είναι συνήθως περιορισμένη, όπως π.χ. τα έσοδα που προέρχονται από σοβαρές και έκτακτες, μερικές ή γενικές, διακυμάνσεις των τιμών από συγκυριακά γεγονότα οικονομικά, πολιτικά, κοινωνικά ή φυσικά που επηρεάζουν ή δημιουργούν πρόσκαιρη στενότητα στα μεγέθη προσφοράς και ζήτησεως ή από την αξιοποίηση για μικρό χρονικό διάστημα καταστάσεων μονοπωλιακής θέσεως στην αγορά λόγω τυχαίων περιστατικών. Στην τελευταία περίπτωση αναφέρεται π.χ. η απεργία του προσωπικού της μιας από τις δύο μεγάλες οικονομικές μονάδες παραγωγής τσιμέντου ή η καταστροφή από πυρκαγιά των εγκαταστάσεων της, γεγονότα που δημιουργούν, για την άλλη, μία δυνατότητα σημαντικής αυξήσεως των τιμών του προϊόντος και πραγματοποιήσεως ανώμαλων κερδών για μικρό χρονικό διάστημα.

5. *Έσοδα δουλευμένα και μη δουλευμένα.* Δουλευμένα όσα αφορούν την κλεισμένη χρήση και είναι απαιτητά και εισπρακτέα σε μία από τις επόμενες χρήσεις. Μη δουλευμένα είναι αυτά τα οποία αφορούν επόμενες χρήσεις και

όχι την κλεισμένη, έστω και αν το έσοδο εισπράχθηκε στην κλεισμένη χρήση. Τα μη δουλευμένα έσοδα απεικονίζονται σε μεταβατικούς λογαριασμούς.³

6. Έσοδα εμφανή και μη εμφανή ή τεκμαρτά. Εμφανή είναι τα έσοδα, τα οποία έχουν καταχωρηθεί κανονικά στα λογιστικά βιβλία της επιχείρησης. Αφανή ή τεκμαρτά είναι τα υπολογιστικά έσοδα, τα οποία δεν οφείλονται σε λογιστικά γεγονότα, αλλά τα οποία η επιχείρηση λαμβάνει υπόψη της για κοστολογικούς ή άλλους λόγους. Μερικά από τα έσοδα αυτά είναι α) το τεκμαρτό ενοίκιο ιδιοχρησιμοποίησης⁴, β) οι τόκοι των ιδίων κεφαλαίων της επιχείρησης, γ) η προσωπική αμοιβή του επιχειρηματία κ.ά.

7. Ακαθάριστα και καθαρά έσοδα. Ακαθάριστα έσοδα είναι τα έσοδα που προκύπτουν πριν αφαιρεθούν ορισμένα έξοδα και αρνητικά στοιχεία, όπως επιστροφές, εκπτώσεις κ.ά. Καθαρά είναι τα έσοδα που απομένουν μετά την αφαίρεση των εξόδων και στοιχείων.

8. Τακτικά και έκτακτα έσοδα. Τακτικά είναι όσα προέρχονται από την άσκηση του κυρίου αντικειμένου της επιχειρήσεως και έκτακτα αυτά που δεν προέρχονται από τη συνήθη δραστηριότητα της επιχείρησης. Τα τακτικά αντιστοιχούν στα οργανικά και ομαλά έσοδα και τα έκτακτα στα ανόργανα και ανώμαλα (μη φυσιολογικά).

9. Παρεπόμενα έσοδα. Είναι αυτά που προέρχονται από παρεπόμενες ασχολίες ή δευτερεύουσες δραστηριότητες, που δεν έχουν σχέση με το κύριο αντικείμενο εργασιών της επιχείρησης. Στο Γενικό Λογιστικό Σχέδιο παρακολουθούνται στο λογαριασμό 75.

10. Χρηματοοικονομικά έσοδα. Είναι τα έσοδα που προέρχονται από χρηματοοικονομικές πράξεις, όπως οι τόκοι δανείων, έσοδα από κινητές αξίες, από επιχορηγήσεις κ.ά.

11. Έσοδα εισπρακτέα. Είναι έσοδα δουλευμένα κατά τη διάρκεια της χρήσης, τα οποία δεν είναι ληξιπρόθεσμα και απαιτητά και ως εκ τούτου θα εισπραχθούν σε μία από τις επόμενες χρήσεις. Συνήθεις περιπτώσεις είναι οι

³Για την εφαρμογή μίας από τις βασικότερες αρχές της λογιστικής, την αρχή της αυτοτέλειας των χρήσεων, χρειάζεται να διαχωριστούν τα έσοδα και τα έξοδα της χρήσης από τα έσοδα και τα έξοδα που καταχωρούνται μεν στην παρούσα χρήση αλλά αφορούν διαφορετικές χρήσεις, τέτοιες περιπτώσεις συναντάμε συχνά και ιδιαίτερα τους τελευταίους μήνες της χρήσης. Για την λογιστική αντιμετώπιση αυτών των περιπτώσεων χρησιμοποιούνται οι μεταβατικοί λογαριασμοί του Ενεργητικού και του Παθητικού, δηλαδή Λογαριασμός 36 «Μεταβατικοί λογαριασμοί Ενεργητικού» και Λογαριασμός 56 «Μεταβατικοί λογαριασμοί Παθητικού».

⁴Είναι το ενοίκιο ακίνητης ιδιοκτησίας του επιχειρηματία, το οποίο χρησιμοποιεί ως κατάστημα ή γραφείο, κ.λπ.

τόκοι και οι προμήθειες. Είναι μεταβατικός λογαριασμός Ενεργητικού και κατά το Ελληνικό Λογιστικό Σχέδιο μελετάται στο λογαριασμό 36.01 «έσοδα χρήσης εισπρακτέα».

12. Έσοδα προεισπραχθέντα. Έσοδα, τα οποία ανήκουν στην επόμενη ή τις επόμενες χρήσεις, στις οποίες πρέπει να καταλογισθούν, έχουν όμως εισπραχθεί κατά την κλεισμένη χρήση. Πιο συνηθισμένες περιπτώσεις προεισπράξεως εσόδων είναι οι εξής:

- Ενοίκια ακινήτων προεισπραχθέντα.
- Τόκοι δανείων ή πιστώσεων προεισπραχθέντες.
- Συνδρομές σε εφημερίδες και περιοδικά προεισπραχθείσες.

13. Τακτοποίηση λογαριασμών εσόδων στο τέλος της χρήσεως. Τα υπόλοιπα των λογαριασμών της ομάδας 7, στο τέλος της χρήσεως, μεταφέρονται στην πίστωση του λογαριασμού 80.00 «λογαριασμός γενικής εκμετάλλευσης». Σε περίπτωση που οι λογαριασμοί εσόδων περιλαμβάνουν και ποσά εσόδων που αφορούν επόμενες χρήσεις, επειδή έχουν προεισπραχθεί, ή σε περίπτωση που οι λογαριασμοί αυτοί δεν περιλαμβάνουν ποσά δουλευμένων εσόδων, επειδή η είσπραξη τους θα πραγματοποιηθεί στις επόμενες χρήσεις, πριν από τη μεταφορά των υπολοίπων τους στο λογαριασμό 80.00 γίνονται εγγραφές τακτοποιήσεως, έτσι ώστε τα υπόλοιπα αυτά να απεικονίζουν το ακριβές ύψος όλων των δουλευμένων εσόδων εκμετάλλευσης της κλειόμενης χρήσης.

Οι εγγραφές τακτοποιήσεως γίνονται με τη βοήθεια μεταβατικών λογαριασμών Ενεργητικού (λογαριασμός 36) και Παθητικού (λογαριασμός 56).

1.2 Πωλήσεις εμπορευμάτων λογαριασμός 70

Στο λογαριασμό 70 καταχωρούνται οι πωλήσεις των εμπορευμάτων που πραγματοποιεί η επιχείρηση. Ο λογαριασμός 70 αντιστοιχεί στο λογαριασμό 20 των αποθεμάτων⁵.

Από νομική άποψη η πώληση θεωρείται ολοκληρωμένη μόλις εξέλθει συμφωνία για το πράγμα και το τίμημα, έστω και αν το πράγμα δεν παραδόθηκε στον αγοραστή και το τίμημα δεν πληρώθηκε στον πωλητή. Έτσι επέρχεται και η μεταβίβαση της κυριότητας του πράγματος από τον πωλητή στον αγοραστή.

Η αυστηρή όμως προσήλωση στο γράμμα του νόμου δεν φαίνεται να βρίσκει έδαφος εφαρμογής στην εμπορική και λογιστική πρακτική. Οι νομικοί κανόνες είναι πολυσύνθετοι και δύσκολα κατανοούνται από την πλειονότητα των επιχειρηματιών και των λογιστών. Για λόγους ευκολίας στην πρακτική των επιχειρήσεων ως κριτήριο πραγματοποίησης της πώλησης και συνεπώς του εσόδου από την πώληση, θεωρείται το χρονικό σημείο που λαμβάνει χώρα η παράδοση του εμπορεύματος στον αγοραστή, υπό την προϋπόθεση ότι υπάρχει και πρόθεση μεταβίβασης της κυριότητας των παραδιδόμενων εμπορευμάτων. Η πρόθεση είναι απαραίτητη για να αποκλεισθούν η πώληση επί παρακαταθήκης, η πώληση επί δοκιμή και οι άλλες πράξεις συναλλαγής που δεν αποτελούν πραγματική πώληση.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο χρόνος παράδοσης των εμπορευμάτων στον αγοραστή είναι ο χρόνος που πρέπει να καταχωρούνται οι πωλήσεις στα βιβλία της επιχείρησης από τις οποίες εξάγεται το κέρδος της χρήσης. Άλλωστε και ο Κώδικας Φορολογικών Στοιχείων ορίζει ότι το τιμολόγιο

⁵ Το Ε.Γ.Α.Σ. ορίζει ως αποθέματα τα υλικά που ανήκουν στην οικονομική μονάδα και τα οποία:

- Προσδιορίζονται να πωληθούν κατά την συνήθη πορεία των εργασιών της.
- Βρίσκονται στη διαδικασία της παραγωγής και προσδιορίζονται να πωληθούν, όταν πάρουν τη μορφή των έτοιμων προϊόντων.
- Προσδιορίζονται να αναλωθούν για την καλή λειτουργία, τη συντήρηση ή επισκευή, καθώς και την ιδιοπαραγωγή παγίων στοιχείων.
- Προσδιορίζονται να χρησιμοποιηθούν για τη συσκευασία των αγαθών που προσδιορίζονται για πώληση.

Καραγιάνης Σ., *Το Οικονομικό Διαχειριστικό Λογιστικό Σύστημα των Δήμων* εκδόσεις Καραναστάση Γ. Μ., 2002, σελ. 340-341.

εκδίδεται κατά την παράδοση ή την έναρξη της αποστολής των αγαθών στον αγοραστή⁶.

Το Γενικό Λογιστικό Σχέδιο ακολουθεί την ίδια τακτική και ορίζει ότι το αντίτιμο της πώλησης είναι έσοδο από τη στιγμή εκείνη που η πώληση θεωρείται πραγματοποιημένη. Η πώληση θεωρείται ότι πραγματοποιήθηκε αφότου το εμπόρευμα εξάγεται από την αποθήκη και παραδίδεται στον αγοραστή ή ταξιδεύει για λογαριασμό του ή, κατά περίπτωση, αφότου η υπηρεσία παρέχεται στον πελάτη. Το αντίτιμο από πωλήσεις που έχουν γίνει χωρίς να θεωρούνται πραγματοποιημένες δεν είναι έσοδο. Το αντίτιμο από πωλήσεις που πραγματοποιούνται με τη συμφωνία, το εμπόρευμα να παραμείνει στην αποθήκη του πωλητή προς φύλαξη για λογαριασμό του αγοραστή είναι έσοδο.

Σαν έσοδο λαμβάνεται το τίμημα πώλησης που έχει συμφωνηθεί. Ως βάση υπολογισμού των ακαθάριστων εσόδων θα λαμβάνεται, όπως άλλωστε και ο νόμος ορίζει⁷, το τίμημα που έχει συμφωνηθεί και όχι εκείνο που θα μπορούσε να απαιτήσει η επιχείρηση βάσει της αντικειμενικής αξίας των αγαθών ή υπηρεσιών, το οποίο ενδέχεται να είναι μεγαλύτερο από το αντάλλαγμα που έχει συμφωνηθεί.

Στη συνέχεια θα αναλυθούν διάφορες περιπτώσεις πωλήσεων όπου μερικές φορές δεν αναφέρονται σαν πώληση, συνεπώς, ούτε σαν έσοδο και ορισμένες φορές αποτελούν πώληση με συγκεκριμένες προδιαγραφές.

Πώληση εμπορευμάτων επί παρακαταθήκη. Συνηθισμένες είναι οι περιπτώσεις που η διάθεση των εμπορευμάτων γίνεται, όχι απευθείας στην κατανάλωση, αλλά μέσω τρίτων προσώπων, τα οποία ενεργούν για λογαριασμό του αποστολέα. Η επιχείρηση στέλνει τα εμπορεύματα σε κάποιον, ο οποίος αναλαμβάνει την παραπέρα διάθεσή τους στην κατανάλωση, με προμήθεια. Πρόκειται για την πώληση επί παρακαταθήκη, πράξη συνηθισμένη στις εμπορικές συναλλαγές. Η πράξη της αποστολής εμπορευμάτων σε παρακαταθήκη δεν αποτελεί πώληση, γιατί τα εμπορεύματα εξακολουθούν να παραμένουν στην κυριότητα του αποστολέα μέχρι να διαθέτουν στην κατανάλωση από εκείνον στον οποίο είχαν αποσταλεί, οπότε, και μόνο τότε, ολοκληρώνεται η πώληση. Άρα η αξία των

⁶Τότση Χρ. Ν., *Ερμηνεία Κώδικα Φορολογικών Στοιχείων*, 1987, Αθήνα, άρθρο 20§4 και Τότση Χρ. Ν., *Κώδικας Φορολογικών Στοιχείων*, 1991, Αθήνα

εμπορευμάτων που στέλνονται σε παρακαταθήκη δεν θα περιλαμβάνεται στα ακαθάριστα έσοδα της επιχείρησης κατά το χρόνο της αποστολής τους, αλλά κατά το χρόνο κατά τον οποίο θα πωληθούν τα εμπορεύματα στην κατανάλωση από εκείνον στον οποίο είχαν αποσταλεί, όπως στον παραγγελιοδόχο, αντιπρόσωπο, κ.λπ.

Πώληση με δοκιμή (υπό αίρεση) ή με δείγμα. Σύμφωνα με το άρθρο 563 του Αστικού Κώδικα η πώληση με δοκιμή, σε περίπτωση αμφιβολίας, λογίζεται ότι τελεί υπό την αναβλητική αίρεση της έγκρισης του αγοραστή, ο οποίος είναι ελεύθερος να την εγκρίνει ή να την αποποιηθεί. Σύμφωνα και με το άρθρο 564 του Αστικού Κώδικα ο αγοραστής δικαιούται να εκφρασθεί μόνο μέσα σε εύλογη προθεσμία που ορίζεται από τον πωλητή. Η σιωπή του αγοραστή, εάν μάλιστα έχει παραδοθεί το με δοκιμή πωλούμενο αντικείμενο, λογίζεται ως έγκριση, ειδικά ως αποποίηση.

Η αγοροπωλησία που καταρτίστηκε με αναβλητική αίρεση δεν θεωρείται πραγματοποιημένη και συνεπώς το ποσό που εισπράχθηκε γι' αυτή δεν αποτελεί έσοδο της επιχείρησης πριν εξέλθει η αίρεση. Αντίθετα, στην αγοροπωλησία με διαλυτική αίρεση, αυτή επιφέρει πλήρως τα αποτελέσματα της εκτός ανατροπής της σε περίπτωση εξόδου της αίρεσης.

Επομένως, από φορολογική άποψη, θα πρέπει να εξετάζεται στην κάθε συγκεκριμένη περίπτωση εάν η πώληση με δοκιμή τελεί υπό αναβλητική ή υπό διαλυτική αίρεση. Στην πρώτη περίπτωση δεν προκύπτει ζήτημα φορολογίας, στη δεύτερη περίπτωση, το τίμημα της πώλησης θα χαρακτηριστεί ως ακαθάριστο έσοδο του έτους κατά το οποίο πραγματοποιήθηκε η πώληση και θα υπαχθεί σε φορολογία.

Στην πώληση που γίνεται με δείγμα και η οποία διαφέρει από εκείνη που γίνεται με δοκιμή, εάν το πωλούμενο είδος δεν συμφωνεί με το δείγμα, η πώληση δεν τελεί υπό αίρεση, απλώς ο αγοραστής μπορεί να απαιτήσει είτε αναστροφή της πώλησης είτε μείωση του τιμήματος.

Πωλήσεις με δόσεις με τον όρο διατήρησης της κυριότητας μέχρι την αποπληρωμή του τιμήματος. Η πώληση με δόσεις της κατηγορίας αυτής είναι σύμβαση πώλησης με προθεσμία, στην οποία το τίμημα εισπράττεται με περιοδικές καταβολές. Τέτοιες πωλήσεις συναντώνται, συνήθως, στο λιανικό εμπόριο, όπως αυτοκίνητα, έπιπλα, οικιακά σκεύη κ.λπ.. Στις περιπτώσεις αυτές συνήθως ο πωλητής διατηρεί την κυριότητα των πωλουμένων ειδών

μέχρι αποπληρωμής του τιμήματος και αυτό προς διασφάλιση του από τυχόν αδυναμία του αγοραστή να καταβάλλει το τίμημα.

Φορολογικά το έσοδο θεωρείται ότι αποκτήθηκε ολόκληρο κατά το χρόνο παράδοσης των αγαθών, έτσι η πληρωμή του τιμήματος εμπίπτει σε μεταγενέστερες διαχειριστικές χρήσεις. Επομένως, τα ακαθάριστα έσοδα που προκύπτουν από την πώληση αγαθών με δόσεις, θεωρούνται έσοδα της χρήσης στην οποία έγινε η παράδοση των αγαθών στον αγοραστή, διότι η πώληση με δόσεις νοείται οριστική, ανεξάρτητα από το χρόνο αποπληρωμής της χρηματικής αξίας.

Οι συναλλαγές μεταξύ κεντρικού καταστήματος και υποκαταστημάτων δεν αποτελούν πωλήσεις. Ανάμεσα στο κεντρικό και τα υποκαταστήματα μιας επιχείρησης δημιουργούνται συναλλαγές, όπως η αποστολή αγαθών. Οι συναλλαγές αυτές δεν έχουν το χαρακτήρα πώλησης αλλά είναι πράξεις εσωτερικής τάξεως μεταξύ τμημάτων της ίδιας επιχείρησης. Η πραγματική πώληση προϋποθέτει ύπαρξη δύο διακεκριμένων και νομικά αυτοτελών προσώπων, ενώ εδώ το υποκατάστημα είναι ένα και το αυτό πρόσωπο με το κεντρικό κατάστημα, ώστε να μην είναι νοητή η μεταξύ τους ύπαρξη σχέσης αγοροπωλησίας.

Έσοδα από ανταλλαγή αγαθών. Η ανταλλαγή ισοδυναμεί με διπλή αγοροπωλησία στην οποία το τίμημα καταβάλλεται σε είδος. Δηλαδή, κάθε ένας συμβαλλόμενος θεωρείται ότι ενεργεί πώληση προς τον άλλο και πραγματοποιεί ακαθάριστα έσοδα που αντιστοιχούν στη πώληση που έγινε.

Επιστροφές πωλήσεων (λογαριασμός 7.95). τα έσοδα πρέπει να είναι απαλλαγμένα από κάθε αρνητικό στοιχείο, το οποίο μειώνει την αξία τους. Συνεπώς, οι πωλήσεις των εμπορευμάτων θα μειώνονται κατά την αξία των επιστροφών. Η αξία των επιστροφών πωλήσεων καταχωρείται στη χρέωση των οικείων λογαριασμών πωλήσεων. Αν η οικονομική μονάδα επιθυμεί να παρακολουθεί ιδιαίτερα την αξία των επιστροφών, έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί το δευτεροβάθμιο λογαριασμό 70.95 «επιστροφές πωλήσεων» ή τριτοβάθμιους λογαριασμούς, τους οποίους αναπτύσσει σύμφωνα με τις ανάγκες της κάτω από κάθε δευτεροβάθμιο με τον οποίο παρακολουθούνται οι πωλήσεις κάθε κατηγορίας εμπορευμάτων.

Διάμεσος λογαριασμός πωλήσεων (70.96). Στο δευτεροβάθμιο αυτό λογαριασμό είναι δυνατό να καταχωρούνται καθημερινά οι πωλήσεις εμπορευμάτων με τη συνολική τους αξία.

Η λειτουργία του λογαριασμού 70.96 ενδείκνυται για τις περιπτώσεις εκείνες που τα εμπορεύματα που προσδιορίζονται για πώληση κατατάσσονται και παρακολουθούνται σε πολλούς υπολογαριασμούς του 70, οπότε με τη χρησιμοποίηση του ενδιάμεσου αυτού λογαριασμού αποφεύγεται η καθημερινή ενημέρωση των αναλυτικών λογαριασμών πωλήσεων.

Μη δουλευμένη τόκοι γραμματίων εισπρακτέων (λογαριασμός 70.97). Στο δευτεροβάθμιο λογαριασμό 70.97, ο οποίος έχει θέση αντίθετου λογαριασμού των λοιπών υπολογαριασμών του 70, στο τέλος κάθε χρήσης ή, κατά περίπτωση, και κατά τη διάρκεια της χρήσης, όταν γίνεται ανάλογος διαχωρισμός μη δουλευμένων τόκων, καταχωρούνται οι μη δουλευμένοι τόκοι γραμματίων εισπρακτέων που είναι ενσωματωμένοι στις πωλήσεις των υπολογαριασμών του 70.

Εκπτώσεις επί πωλήσεων (λογαριασμός 70.98). Οι εκπτώσεις πωλήσεων είναι μειώσεις της τιμής πώλησης, οι οποίες δεν περιλαμβάνονται στα τιμολόγια πώλησης εμπορευμάτων για τα οποία χορηγείται η έκπτωση. Ανάλογα με την αιτία για την οποία χορηγούνται οι εκπτώσεις σύμφωνα με το Γενικό Λογιστικό Σχέδιο, διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

1. Εκπτώσεις για διαφορές στην ποιότητα των πωλημένων εμπορευμάτων σε σύγκριση με τη συμφωνημένη.
2. Εκπτώσεις τζίρου, οι οποίες χορηγούνται στο τέλος της περιόδου που έχει συμφωνηθεί, επειδή έχει υπερκαλυφθεί το όριο ή τα όρια πωλήσεων που καθορίζονται ως στόχο.
3. Εκπτώσεις που αντικαθιστούν τις ποινικές ρήτρες, όταν παρατηρούνται καθυστερήσεις παραδόσεων ή δεν τηρούνται άλλοι όροι συμφωνίας.
4. Ταμιακές εκπτώσεις ή εκπτώσεις προεξοφλητικού διακανονισμού, οι οποίες χορηγούνται σε περιπτώσεις πωλήσεων «τοίς μετρητοίς».

Πωλήσεις αγαθών στο εξωτερικό σε ξένο νόμισμα. Το Γενικό Λογιστικό Σχέδιο ορίζει, ότι η αξία του ευρώ των αγαθών που πωλούνται στο εξωτερικό σε ξένο νόμισμα, ανεξάρτητα από τον τρόπο διακανονισμού της αξίας τους, υπολογίζεται με βάση την επίσημη τιμή (τιμή αγοράς της Τράπεζας της

Ελλάδος) της ημέρας έκδοσης του παραστατικού (τιμολογίου) πώλησης και εξαγωγής από την αποθήκη των πωλημένων, σύμφωνα και με όσα καθορίζονται στο λογαριασμό 70 «πωλήσεις εμπορευμάτων».

Πωλήσεις με πίστωση και με τόκους για την καθυστέρηση. Όταν οι πωλήσεις γίνονται με πίστωση, στις σχετικές συμβάσεις και τιμολόγια αναγράφεται, καμιά φορά, μόνο το τίμημα που συμφωνήθηκε χωρίς να καθορίζονται οι τόκοι που οφείλονται για την καθυστέρηση στην εξόφληση του τιμήματος. Σ' αυτή τη περίπτωση, θα αναφερθεί στη φορολογία ολόκληρο το τίμημα της πώλησης κατά το έτος που συνομολογήθηκε η σύμβαση της πώλησης, χωρίς να αναφερθούν οι μη δουλευμένοι τόκοι που αντιστοιχούν στις δόσεις που οφείλονται. Γιατί όπως αποφάνθηκε το Συμβούλιο Επικρατείας το 1976, ολόκληρο το ποσό που έχει συμφωνηθεί αποτελεί τίμημα της πώλησης που γίνεται με πίστωση εφόσον, κατά τον προσδιορισμό αυτού του ποσού, είχε ληφθεί υπόψη και το ότι θα καθυστερήσει η εξόφλησή του. Εάν, όμως, οι επιχειρήσεις διαθέτουν τα εμπορεύματα με πίστωση και το τίμημα της πώλησης καλύπτεται με συναλλαγματικές ή γραμμάτια που λήγουν μέσα σε περισσότερα έτη και όπου περιλαμβάνονται και οι τόκοι που καταλογίσθηκαν και οι οποίοι έχουν αναγραφεί ξεχωριστά στο τιμολόγιο ή σε άλλα θεωρημένα στοιχεία που συσχετίζονται με τα τιμολόγια, τότε, αυτοί φορολογούνται, μέσα στις χρήσεις κατά τις οποίες γίνονται δεδουλευμένοι και υπό την προϋπόθεση ότι παρακολουθούνται με κατάλληλες λογιστικές εγγραφές.

1.3 Λογαριασμός 73. Πωλήσεις υπηρεσιών

Σε επόμενο κεφάλαιο (κεφάλαιο 3) θα μελετήσουμε και θα αναλύσουμε τα έσοδα από παροχή υπηρεσιών γι' αυτό σκόπιμο είναι να κάνουμε μία αναφορά στο λογαριασμό 73.

Στο λογαριασμό 73 «πωλήσεις υπηρεσιών» - έσοδα από παροχή υπηρεσιών, παρακολουθούνται τα έσοδα της οικονομικής μονάδας που προέρχονται από παροχή υπηρεσιών σε τρίτους, εφόσον οι υπηρεσίες αυτές υπάγονται στις κύριες δραστηριότητές της. Στην αντίθετη περίπτωση, τα έσοδα αυτά καταχωρούνται στους οικείους υπολογαριασμούς του

λογαριασμού 75 «έσοδα παρεπόμενων ασχολιών». Ο λογαριασμός 73 λειτουργεί όπως ο λογαριασμός 70.

Αρχικά θα έπρεπε να τονιστεί ότι οι δευτεροβάθμιοι λογαριασμοί, 73.00 και 73.01, αναπτύσσονται σύμφωνα με τις ανάγκες κάθε μονάδας με διάκριση σε πωλήσεις εσωτερικού και εξωτερικού.

Συγκεκριμένα ο λογαριασμός 73 περιλαμβάνει μία σειρά από δευτεροβάθμιους λογαριασμούς, όπου αναφέρονται ειδικά στην Δ.Ε.Υ.Α.Κ.:

1. Ο λογαριασμός 73 είναι έσοδα από παροχή υπηρεσιών.
2. Ο 73.00 αναλύεται στις πωλήσεις ύδατος.
3. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.00.00 είναι πάγιο τέλος ύδρευσης.
4. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.00.01 αναφέρεται στην αξία καταναλισκόμενου νερού.
5. Ο 73.02 σημαίνει έσοδα από ενοίκια (εγγυήσεις) υδρομέτρων.
6. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.02.00 είναι το λεγόμενο τέλος συντήρησης υδρομέτρου.
7. Ο λογαριασμός 73.03 είναι τέλη χρήσεως υπονόμων.
8. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.03.00 είναι το πάγιο τέλος χρήσης υπονόμων.
9. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.03.01 είναι έσοδα χρήσης υπονόμων βάσει κατάστασης.
10. Ο λογαριασμός 73.06 αναλύεται στα τέλη σύνδεσης με δίκτυο ύδρευσης (άδειες, επανασυνδέσεις κ.τλ.).
11. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.06.00 είναι τέλος σύνδεσης με δίκτυο ύδρευσης.
12. Ο λογαριασμός 73.07 είναι το τέλος σύνδεσης με δίκτυο αποχέτευσης (άδειες, συνδέσεις).
13. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.07.00 αναφέρεται στο τέλος σύνδεσης με υπόνομο (άδειες, συνδέσεις).
14. Ο 73.08 κάνει λόγω για τα έσοδα από δαπάνες διακλαδώσεων – συνδέσεων ύδρευσης.
15. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.08.00 αναλύει τα έσοδα από συνδέσεις ύδρευσης ου εκτελεί η Δ.Ε.Υ.Α.Κ.
16. Ο λογαριασμός 73.09 επεξεργάζεται τα έσοδα από δαπάνες διακλαδώσεων και συνδέσεων αποχέτευσης.

17. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.09.00 είναι έσοδα από συνδέσεις αποχέτευσης Δ.Ε.Υ.Α.Κ.
18. Ο 73.14 αναφέρεται στα έσοδα από επανασυνδέσεις.
19. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.14.00 είναι έσοδα από επανασυνδέσεις (σφραγίσεις – αποσφραγίσεις).
20. Ο δευτεροβάθμιος λογαριασμός 73.98 είναι εκπτώσεις πωλήσεων.
21. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.98.00 είναι εκπτώσεις (πωλήσεων) εσόδων 8%.
22. Ο τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.98.01 είναι εκπτώσεις (πωλήσεων) εσόδων 18%.
23. Ο τελευταίος τριτοβάθμιος λογαριασμός 73.98.02 αναφέρεται στις εκπτώσεις πωλήσεων (χωρίς Φ.Π.Α.).

Στην εργασία θα ασχοληθούμε με τα έσοδα των ετών 2002 – 2007 από τους λογαριασμούς και τους υπολογαριασμούς των 73, 73-00, 73-00-00, 73-00-01, 73-02, 73-02-00, 73-03, 73-03-00, 73-03-01, 73-06, 73-06-00, 73-07, 73-07-00, 73-08, 73-08-00, 73-09, 73-09,00 73-14, 73,14-00, 73-98, 73-98-00, 73-98-01, 73-98-02, 74, 74-03, 74-03-00, 74-03-01, 74-90, 74-90-00, 74-90-01, 75, 75-00, 75-00-04, 75-00-05, 75-03, 75-03-09, 76, 76-03, 76-03-00, 76-03-04. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται τα έσοδα κάθε μήνα των έξι ετών 2002 – 2007.

Πίνακας 1. Έσοδα Δ.Ε.Υ.Α.Κ

ΕΤΗ	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ΜΗΝΕΣ						
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	95.447,93	73.329,86	41.168,52	44.288,64	94.161,02	68.916,98
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	75.823,43	115.367,20	48.740,76	22.772,29	45.421,84	67.748,69
ΜΑΡΤΙΟΣ	150.346,55	41.812,57	88.664,74	946.052,66	97.517,78	138.387,87
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	53.570,13	119.123,12	126.118,04	45.441,35	40.589,98	55.319,05
ΜΑΙΟΣ	127.820,77	145.916,66	136.863,96	115.133,16	133.275,68	-24.150,35
ΙΟΥΝΙΟΣ	103.569,41	90.760,86	83.552,62	87.759,54	137.562,63	103.016,26
ΙΟΥΛΙΟΣ	134.699,04	152.054,28	189.831,75	191.616,36	222.198,07	191.551,44
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	103.263,56	136.827,07	72.312,98	61.994,56	45.888,34	160.254,01
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	140.419,74	144.974,52	158.030,74	132.945,90	134.074,90	275.407,06
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	69.126,68	59.525,95	189.386,90	65.260,92	36.539,05	218.764,72
ΜΟΕΜΒΡΙΟΣ	122.614,83	144.036,36	197.664,05	124.201,54	128.406,73	148.234,19
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	54.556,18	42.274,25	43.195,51	88.532,49	38.540,15	30.620,72

Πρέπει να επισημάνουμε ότι τα έσοδα του κάθε μήνα προκύπτουν από το ετήσιο Ισοζύγιο της επιχείρησης που πήραμε για κάθε έτος από τη Δ.Ε.Υ.Α.Κ. κάνοντας την αφαίρεση χρέωση – πίστωση. Για παράδειγμα, στο Ισοζύγιο του έτους 2006⁸, για τον μήνα Ιανουάριο η χρέωσή είναι 0 και η πίστωση είναι 94161,02, οπότε κάνουμε την αφαίρεση: Χρέωση – Πίστωση και βρίσκουμε $0 - 94161,02 = 94161,02$, άρα ο μήνας Ιανουάριος απέφερε στην επιχείρηση 94161,02 έσοδα.

Πρέπει επίσης να αναφέρουμε ότι το ποσό που αναγράφεται στο ετήσιο Ισοζύγιο της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. του μήνα Δεκεμβρίου κάθε έτους δεν είναι το πραγματικό επειδή στο τέλος του κάθε έτους η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. κάνει βεβαίωση εσόδων. Έτσι χρησιμοποιήσαμε την παρακάτω μέθοδο για να βγάλουμε μία εκτίμηση των εσόδων του Δεκεμβρίου κάθε έτους. Προσθέτουμε τα έσοδα του έτους από το μήνα Ιανουάριο έως και το μήνα Νοέμβριο και στη συνέχεια τα διαιρούμε με τον αριθμό των μηνών 11, και έτσι βρίσκουμε το μέσο όρο των εσόδων των 11 μηνών: $1.115.636,02/11 = 101421,45$. Έπειτα βρίσκουμε το ποσοστό συμμετοχής του κάθε μήνα έως το μήνα Νοέμβριο στα συνολικά έσοδα του μήνα, για το μήνα Ιανουάριο του έτους 2006 κάνουμε τη διαίρεση του ποσού των εσόδων από το λογαριασμό 73 προς το σύνολο του Ιανουαρίου του 2006, δηλαδή $14.721,47/94.161,02=0,15$ ή 15%. Κατόπιν βρίσκουμε το μέσο ποσοστό των 11 μηνών προσθέτοντας τα ποσοστά των 11 μηνών κάθε έτους και διαιρώντας τα με το 11, δηλαδή $4,27/11=0,38$ ή 38%. Τέλος, για να εκτιμήσουμε τα έσοδα του Δεκεμβρίου πολλαπλασιάζουμε το μέσο όρο των μηνών έως το Νοέμβριο με το μέσο ποσοστό των μηνών έως το Νοέμβριο δηλαδή $101.421,45 \times 0,38 = 38.540,15$. Με τον ίδιο τρόπο υπολογίσαμε τα έσοδα του μήνα Δεκεμβρίου για τα υπόλοιπα έτη.

⁸ Βλ., παράρτημα, σελ. 116

2.1 Περιγραφή του νομού Πιερίας

Η Πιερία βρίσκεται στο νότιο τμήμα της Μακεδονίας (Κεντρική Μακεδονία). Η ονομασία Πιερία προέρχεται από την αρχαία φυλή και την αρχαία χώρα της Πιερίδος⁹.

Αναφέρεται ότι η Πιερία κατοικήθηκε από την Εποχή του Χαλκού. Το όνομά της οφείλει στους αρχαίους κατοίκους τους Πιερείες, οι οποίοι κατά τη μακεδονική κατάκτηση μετανάστευσαν στους πρόποδες του Παγγαίου.

Στην πρώτη χιλιετία π.Χ. η περιοχή αναφέρεται για πρώτη φορά με το όνομα Πιερία. Οι Πίερες Θράκες θεωρούνται ως οι πρώτοι κάτοικοι της Πιερίας.

Στα Βυζαντινά και Μεσαιωνικά χρόνια η Πιερία δεινοπάθησε από πολλούς λαούς που θέλησαν να την κατακτήσουν, όπως, οι Σλάβοι, οι Ούννοι, οι Νορμανδοί και οι Άβαροι είναι μόνο μερικοί που πέρασαν από εκεί¹⁰. Το 1389 καταλήφθηκε από τους Τούρκους και απελευθερώθηκε στις 16 Οκτωβρίου 1912.

Ο νομός ορίζεται στα ανατολικά από το Θερμαϊκό κόλπο, στα δυτικά από τον Όλυμπο και τα Πιέρια, στα βόρεια από τον ποταμό Αλιάκμονα και στο νότιο μέρος του βρίσκεται ο Πηνηϊός.

⁹ Ιστορία Πιερίας, 2008, διαθέσιμο σε: el.wikipedia.org,15/02/2008

¹⁰ Ιστορία Κατερίνης, 2008, διαθέσιμο σε: el.wikipedia.org,15/02/2008

2.2 Περιγραφή του δήμου Κατερίνης

Πρωτεύουσα του νομού Πιερίας είναι η πόλη της Κατερίνης. Βρίσκεται στο κέντρο του νομού και στο Πιερικό ύψωμα ανάμεσα στον Όλυμπο, τα Πιέρια Όρη και τις ακτές του Θερμαϊκού κόλπου σε υψόμετρο 14-45 μέτρα.

Πολλοί μελετητές¹¹ πιστεύουν ότι η πόλη χτίστηκε στα ερείπια της αρχαίας Μακεδονικής πόλης των "Ατήρων".

Το όνομα της πόλης έχει τις ρίζες του στην Αικατερίνη της Αλεξάνδρειας μία χριστιανή μάρτυρα που έζησε τον 4^ο αιώνα. Η πόλη απελευθερώθηκε από την Οθωμανική Αυτοκρατορία στις 16 Οκτωβρίου 1912. Κατά τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο κατελήφθη από τον γερμανικό στρατό στις 14 Απριλίου 1941 και απελευθερώθηκε τρία χρόνια αργότερα.

Ο δήμος Κατερίνης, σύμφωνα με την απογραφή του 2001 έχει 56.434 κατοίκους και έκταση 112,9 Km².

Ο ομώνυμος δήμος είναι ο ένατος μεγαλύτερος της Ελλάδας και ο τρίτος μεγαλύτερος της βόρειας Ελλάδας.

Στο δήμο περιλαμβάνονται εννέα δημοτικά διαμερίσματα και τρεις συνοικισμούς. Πιο αναλυτικά, ο πληθυσμός διανέμεται ως εξής:

- Δημοτικό Διαμέρισμα Κατερίνης (52.709) πληθυσμός
 - Κατερίνη (50.510) πληθυσμός
 - Ανδρομάχη (962) πληθυσμός
 - Νέα Χράνη (420) πληθυσμός
 - Νέων Κεραμίδιον (426) πληθυσμός
 - Ολυμπιακή Ακτή (391) πληθυσμός

- Δημοτικό Διαμέρισμα Άνω Αγίου Ιωάννου (504) πληθυσμός
 - Άνω Άγιος Ιωάννης (469) πληθυσμός
 - Νέος Άνω Άγιος Ιωάννης (35) πληθυσμός (συνοικισμός)

- Δημοτικό Διαμέρισμα Γανόχωρας (667) πληθυσμός
- Δημοτικό Διαμέρισμα Νεοκαισάρειας (379) πληθυσμός

¹¹ Όπως Heuzey, Leake και Πουκεβίς, Ιστορία, 2008, διαθέσιμο σε: www.Katerini.gr, 10/02/2008

- Δημοτικό Διαμέρισμα Σβορώνου (2.175) πληθυσμός
 - Σβορώνος (1931) πληθυσμός
 - Αγία Βαρβάρα (68) πληθυσμός (συνοικισμός)
 - Προσήλιον (176) πληθυσμός (συνοικισμός)

2.3 Περιγραφή και χρήσεις του νερού

Το νερό ή στη καθαρεύουσα ύδωρ είναι μία πολύ διαδεδομένη χημική ουσία που είναι απαραίτητη σε όλες τις γνωστές μορφές ζωής στον πλανήτη μας¹².

«Νερό αρχή των πάντων» κατά τον Θαλή, τον Μιλήσιο και ένα από τα τέσσερα βασικά στοιχεία κατά τον Αριστοτέλη.

Το νερό είναι χημική ένωση υδρογόνου και οξυγόνου¹³. Είναι το υγρό που σκεπάζει το μεγαλύτερο μέρος της επιφάνειας της γης. Το νερό σχηματίζει τις θάλασσες, τις λίμνες, τα ποτάμια και τα έλη. Χωρίς αυτό δεν είναι δυνατό να ζήσουν και να αναπτυχθούν τα φυτά, τα ζώα και ο άνθρωπος. Οι άνθρωποι και τα ζώα έχουν στο σώμα τους 60-70% νερό. Το νερό είναι σε όλους τους οργανισμούς περισσότερο απαραίτητο και από την τροφή.

Το νερό συμμετείχε σε όλα τα στάδια ανάπτυξης του πλανήτη και κινείται αέναα, με διάφορες "αμφιέσεις", εναλλασσόμενο στις τρεις καταστάσεις του¹⁴, μεταξύ γης και ουρανού.

Εάν μπορούσαμε να συνειδητοποιήσουμε ότι το 70% του πλανήτη μας καλύπτεται από τα νερά των ωκεανών καθώς και το σημαντικό ρόλο που παίζει η τεράστια αυτή μάζα νερού στη διατήρηση της ισορροπίας μεταξύ βιοτικών, αβιοτικών και κλιματολογικών παραγόντων, η συμπεριφορά μας απέναντι σε αυτό το αγαθό θα ήταν διαφορετική. Οι μεγάλοι πολιτισμοί γεννήθηκαν κοντά στο νερό και αναπτύχθηκαν ακόμη περισσότερο από το νερό. Είναι το πολυτιμότερο αγαθό που μας παρέχει η φύση. Όρος για την ανάπτυξη, την ευημερία, την υγιεινή διαβίωση, την ίδια την ύπαρξη ζωής.

¹² Νερό, 2008, διαθέσιμο σε: el.wikipedia.org,10/02/2008

¹³ Αναγράφεται H₂O

¹⁴Στερεή (πάγος, χιόνι), υγρή (νερό πηγών, ποταμών, θαλασσών) και αέρια (υδρατμοί στην ατμόσφαιρα)

Αποτελεί το αφθονότερο στοιχείο στην επιφάνεια της γης, έχει ταχύτατο κύκλο στην ατμόσφαιρα αλλά είναι λάθος να θεωρείται το γλυκό νερό¹⁵ άφθονο και ανεξάντλητο απόθεμα. Το πόσιμο νερό αντιπροσωπεύει το 1/10 της συνολικής ποσότητας νερού στον πλανήτη.

Η μείωση των υδάτινων πόρων προκαλείται από δύο παράγοντες: τους κλιματολογικούς και τους ανθρωπογενείς. Η επίδραση των κλιματολογικών συνθηκών και ειδικότερα των βροχοπτώσεων στην αύξηση ή στη μείωση των υδατικών πόρων είναι δεδομένη και αυτονόητη. Ανεξάρτητα με τη λήψη μέτρων από τις κυβερνήσεις των κρατών για τη διαμόρφωση εθνικής στρατηγικής για το νερό αποτελεί επιτακτική ανάγκη η δημιουργία υδατικής ατομικής συνείδησης, η οποία θα θεωρεί ότι : το νερό είναι κληρονομιά και όχι εμπορευματικό προϊόν και υποχρεούμαστε να το παραδώσουμε ποιοτικό στις επόμενες γενεές.

2.4 Αναφορά στην Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης και Αποχέτευσης Κατερίνης

Η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. ιδρύθηκε το 1982 και άρχισε να λειτουργεί στο κτίριο του δημαρχείου. Έπειτα το 1984 έγινε δημοτική επιχείρηση ιδιωτικού δικαίου¹⁶.

Η μηχανοργάνωση της επιχείρησης άρχισε το 1986-1987 με ηλεκτρονικούς υπολογιστές, ενώ έως τότε παρακολουθούσαν κάθε οικονομική δραστηριότητα με τη τήρηση ενός μεγάλου αριθμού βιβλίων. Ακόμη και σήμερα γίνονται προσπάθειες να μηχανογραφηθούν όλα τα τμήματα της επιχείρησης.

Μέχρι το 1986-1987 στην επιχείρηση ανήκε μόνο ο δήμος Κατερίνης, από εκεί και έπειτα μέχρι το 1994 υπό την επίβλεψη ήταν ο δήμος Κατερίνης και τα εξής δημοτικά διαμερίσματα: Χράνη, Νέο Κεραμίδι, Άνω Άγιος Ιωάννης, Νεοκαισάρεια, Σβορώνος, Ανδρομάχη και Ολυμπιακή Ακτή. Μετά όμως και

¹⁵Με το όρο γλυκό ύδωρ χαρακτηρίζεται σε ανάθεση προς τη θάλασσα κάθε υδάτινη έκταση με γλυκό νερό όπως λίμνες και ποταμοί, Βλ.: Μαυροειδή- Παπαδάκη Σ., *Γενική Σχολική Εγκυκλοπαίδεια Υδρία*, εκδόσεις Γ. Αξιώτέλης, 1990, σελ. 2712, τόμος 8

¹⁶Η αναφορά και οι πληροφορίες για την Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης και Αποχέτευσης Κατερίνης στηρίζονται στο Ενημερωτικό Έντυπο της επιχείρησης.

από τη συνένωση των δήμων με το σχέδιο “Ιωάννης Καποδίστριας”, η επιχείρηση έχει τα εξής δημοτικά διαμερίσματα:

- Κατερίνης
- Ανδρομάχη
- Χράνη
- Νέο Κεραμίδι
- Ολυμπιακή Ακτή
- Άνω Άγιος Ιωάννης
- ο συνοικισμός Νέος Άνω Άγιος Ιωάννης
- Γανόχωρα
- Νεοκαισάρεια
- Σβορώνος
- ο συνοικισμός Αγία Βαρβάρα
- ο συνοικισμός Προσήλιον

Η δημοτική επιχείρηση ξεκίνησε τη λειτουργία της με ελάχιστο ανθρώπινο δυναμικό για να φτάσει σήμερα να απασχολεί γύρω στους 200 εργαζομένους σ’ όλο το φάσμα των δραστηριοτήτων της. Από την ημέρα λειτουργίας της επιχείρησης έως σήμερα αυξάνει συνεχώς το πλαίσιο αρμοδιοτήτων της.

Στόχος της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. είναι η καλύτερη δυνατή παροχή των προσφερόμενων υπηρεσιών στους δημότες- καταναλωτές στοιχείο που αντικατοπτρίζεται στη συνεχή επέκταση και βελτίωση των δικτύων, στον εκσυγχρονισμό των εγκαταστάσεων και στην ανανέωση των τρόπων δράσης της επιχείρησης, σύμφωνα με τις αυξανόμενες ανάγκες και απαιτήσεις.

Πραγματοποιεί νέες επενδύσεις, εκτελεί έργα, εφαρμόζει καινοτόμες μεθόδους και συμμετέχει σε ευρωπαϊκά προγράμματα.

2.5 Τα έργα της επιχείρησης ανά τομέα της

Η δημοτική επιχείρηση έχει αναπτύξει και σκοπεύει την περαιτέρω αναβάθμιση των παρακάτω τομέων.

2.5.1 Υδρευση

Με στόχο την ποιότητα του νερού η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. κατασκεύασε έργα και δημιούργησε υποδομές στον τομέα της ύδρευσης, τέτοιες ώστε η Κατερίνη να λύσει το πρόβλημα υδροδότησης για τα επόμενα χρόνια.

Με χρηματοδοτήσεις, κυρίως από το Ταμείο Συνοχής, ολοκληρώθηκαν:

1. Το κεντρικό αντλιοστάσιο Βροντούς με τέσσερις γεωτρήσεις.
2. Ο αγωγός ύδρευσης μήκους 22.400 μέτρων που συνδέει το αντλιοστάσιο Βροντούς με τις δεξαμενές του Σβορώνου.
3. Η κύρια δεξαμενή Σβορώνου.
4. Τέλος, ο αγωγός μεταφοράς νερού από τις δεξαμενές του Σβορώνου στην πόλη της Κατερίνης.

2.5.2 Αποχέτευση

Η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. πέτυχε τις μεγαλύτερες χρηματοδοτήσεις στον τομέα των βασικών υποδομών αποχέτευσης από την Ευρωπαϊκή Ένωση, παρέχοντας υψηλής ποιότητας υπηρεσίες στους δημότες.

Με τη χρηματοδότηση που πέτυχε από το Ταμείο Συνοχής, κατασκεύασε και συνεχίζει να κατασκευάζει έργα αποχέτευσης σε όλο το φάσμα του αστικού ιστού. Έργα που με την ολοκλήρωσή τους θα έχουν καλύψει το 90% των αναγκών της Κατερίνης.

- Χρηματοδοτήθηκε η προμήθεια ειδικού αποφρακτικού μηχανήματος από το Ταμείο Συνοχής.
- Επίσης κατασκευάστηκε το αντλιοστάσιο λυμάτων στο Σιδηροδρομικό Σταθμό.

2.5.3 Αποχέτευση ακαθάρτων και ομβρίων

Στον τομέα της αποχέτευσης ακαθάρτων και ομβρίων η Δ.Ε.Υ.Α. Κατερίνης και με τη συνδρομή του Α' Ταμείου Συνοχής κατασκευάστηκαν:

- 70.064 μέτρα αγωγών ακαθάρτων υδάτων και
- 21.145 μέτρα αγωγών ομβρίων υδάτων.

Για το σκοπό αυτό διατέθηκαν συνολικά 10.421.203 ευρώ.

Με τη συνδρομή του Β' Ταμείου Συνοχής κατασκευάστηκαν 40.000 μέτρα αγωγών ακαθάρτων υδάτων και 20.000 μέτρα ομβρίων υδάτων, συνολικού προϋπολογισμού 9.155.000 ευρώ. Το Ταμείο Συνοχής συγχρηματοδότησε τα έργα αυτά κατά 75% επί του συνολικού προϋπολογισμού και το υπόλοιπο 25% χρηματοδοτήθηκε με κοινοτική συνδρομή.

2.5.4 Βιολογικός σταθμός καθαρισμού Κατερίνης

Η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. ολοκλήρωσε την κατασκευή του νέου σύγχρονου βιολογικού σταθμού καθαρισμού.

Η νέα μονάδα βιολογικού καλύπτει τις ανάγκες 120.000 ισοδύναμου πληθυσμού ενώ με τη δυνατότητα επέκτασης που θα υπάρχει θα εξυπηρετήσει τις ανάγκες 80.000 ισοδύναμου πληθυσμού επιπλέον.

Έχουν ήδη αρχίσει να γίνονται εργασίες εκσυγχρονισμού στον υπάρχοντα σταθμό βιολογικού καθαρισμού.

Ο νέος βιολογικός σταθμός καθαρισμού Κατερίνης κατασκευάστηκε με τις πλέον σύγχρονες προδιαγραφές και περιλαμβάνει όλα τα συστήματα ασφάλειας, ελέγχου και αυτοματισμών με άρτια κτιριακή υποδομή και εξοπλισμό.

Η επιχείρηση ανταποκρίνεται στις ανάγκες αναβάθμισης της ποιότητας ζωής των πολιτών, αλλά και σ' αυτές της προστασίας του περιβάλλοντος και επιλύει το πρόβλημα της διαχείρισης των υγρών αποβλήτων για τα επόμενα χρόνια.

2.5.5 Χώρος υγειονομικής ταφής απορριμμάτων

Δίνοντας προτεραιότητα στην προστασία του περιβάλλοντος κατασκευάστηκε ο πρώτος Χώρος Υγειονομικής Ταφής Απορριμμάτων στη Βόρεια Ελλάδα, στην πόλη της Κατερίνης, το έργο χρηματοδοτήθηκε από το Ταμείο Συνοχής με 2.872.346 ευρώ και με εθνική συμμετοχή με το ποσό των 718.087 ευρώ.

Ο χώρος υγειονομικής ταφής απορριμμάτων Κατερίνης έχει μελετηθεί για το σύνολο των αστικών απορριμμάτων της δεύτερης διαχειριστικής ενότητας του νομού όπου υπάγονται οι δήμοι: Κατερίνης, Παραλίας, Κορινού και Ελαφίνας, που ανέρχεται σε 25.000 τόνους ημερησίως.

2.5.6 Επέκταση χώρου υγειονομικής ταφής απορριμμάτων

Ο δήμος Κατερίνης και η Δ.Ε.Υ.Α.Κ. μετά από μια ολοκληρωμένη πρόταση που κατέθεσαν στο Ταμείο Συνοχής πέτυχαν την χρηματοδότηση για την επέκταση του Χ.Υ.Τ.Α. Κατερίνης.

Η πραγματοποίηση των εργασιών για την επέκταση έδωσε λύση στο πρόβλημα της διαχείρισης των απορριμμάτων και παρατείνεται έτσι ο χρόνος ζωής του υπάρχοντος χώρου υγειο-νομικής ταφής απορριμμάτων.

Το έργο περιλάμβανε κατασκευή δεύτερου φατνώματος υποδοχής απορριμμάτων του Χ.Υ.Τ.Α. Κατερίνης και προμήθεια σταθμού μεταφόρτωσης απορριμμάτων, με σκοπό την εξυπηρέτηση των δήμων της Βόρειας Πιερίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:

Εισαγωγή στις χρονολογικές Σειρές

3.1 Ορισμός και συνιστώσες χρονολογικής σειράς

Με τον όρο *χρονολογική σειρά* ονομάζουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων οι οποίες παίρνονται κατά ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους¹⁷.

Αν συμβολίσουμε με Y_t την τιμή της παρατήρησης που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή X_t , (όπου $t=0,1,2,3,\dots,N$) τότε η χρονολογική σειρά θα αποτελείται από N ζεύγη $(Y_1, X_1), (Y_2, X_2), (Y_3, X_3), \dots, (Y_N, X_N)$.

Αν χαράξουμε την γραμμή που συνδέει τα n διαδοχικά σημεία τότε παίρνουμε το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς. Στη γραφική απεικόνιση της χρονολογικής σειράς, σημειώνουμε πάνω στον άξονα των τετμημένων X τις χρονικές μονάδες (έτη, εξάμηνα, τρίμηνα, μήνες, μέρες, ώρες) και πάνω στον άξονα των τεταγμένων τις τιμές του μεγέθους που μελετάμε.

Με την ανάλυση μιας χρονολογικής σειράς μπορούμε να διατυπώσουμε μελλοντικές προβλέψεις φαινομένων που εξελίσσονται σε δημόσιες και ιδιωτικές επιχειρήσεις μέσα σε ορισμένα όρια και με ορισμένες προφυλάξεις.

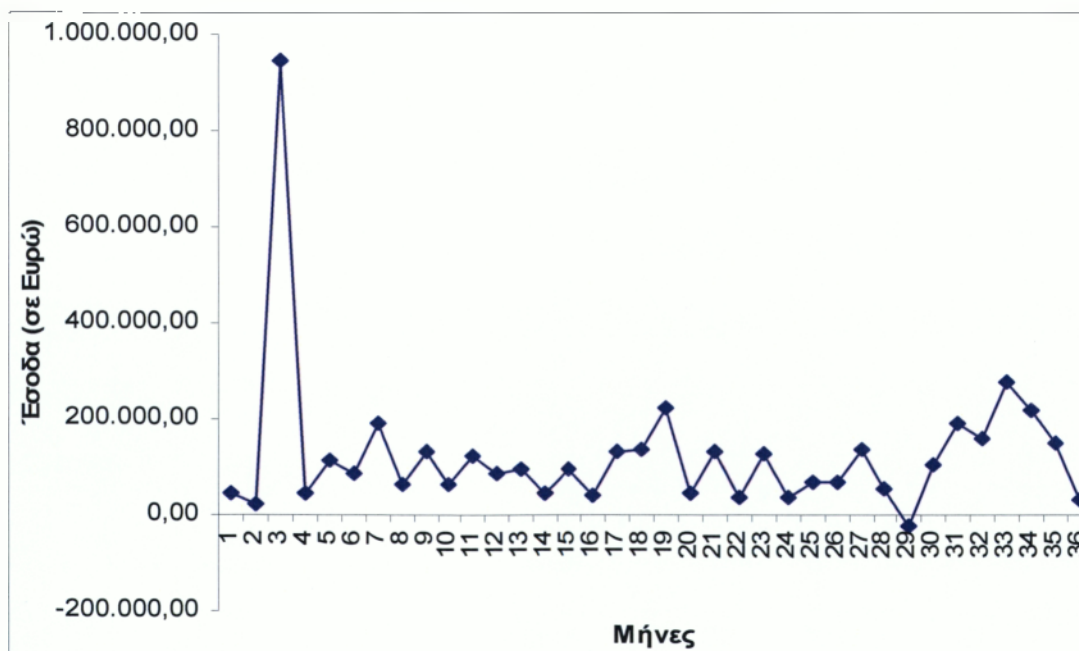
Η παρουσίαση των χρονολογικών σειρών γίνεται με δύο τρόπους: με τους κατάλληλους χρονολογικούς πίνακες ή με τα χρονοδιαγράμματα. Το παράδειγμα με το οποίο θα ασχοληθούμε αφορά τα μηνιαία έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. που αποκτήθηκαν κατά τα έτη 2005-2006-2007. Παρουσιάζουμε τις τιμές της σειράς στον πίνακα 1, ενώ στο διάγραμμα 1 φαίνεται η γραφική της παράσταση. Μπορούμε στο διάγραμμα να παρατηρήσουμε τις μεγάλες διακυμάνσεις και το πόσο ακανόνιστη είναι η χρονολογική σειρά.

¹⁷ Παπαδήμας Ο., Κοίλας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 347-356.

Πίνακας 1. Τα μηνιαία έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ

ΕΤΗ	2005	2006	2007
ΜΗΝΕΣ			
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	44288,64	94161,02	68916,98
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	22772,29	45421,84	67748,69
ΜΑΡΤΙΟΣ	946052,66	97517,78	138387,87
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	45441,35	40589,98	55319,05
ΜΑΙΟΣ	115133,16	133275,68	-24150,35
ΙΟΥΝΙΟΣ	87759,54	137562,63	103016,26
ΙΟΥΛΙΟΣ	191616,36	222198,07	191551,44
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	61994,56	45888,34	160254,01
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	132945,9	134074,9	275407,06
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	65260,92	36539,05	218764,72
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	124201,54	128406,73	148234,19
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	88532,49	38540,15	30620,72

Διάγραμμα 1. Τα μηνιαία έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ



Η ανάλυση της χρονολογικής σειράς – δηλαδή η χρησιμοποίηση των τιμών της (δεδομένων) για τους σκοπούς της εκτίμησης, της πρόβλεψης και της λήψης απόφασης – παρουσιάζει δυσκολίες πολλών ειδών.

Θα αρχίσουμε πρώτα με την εξερεύνηση της σύνθεσης μιας χρονολογικής σειράς η οποία θεωρούμε ότι καθορίζεται σύμφωνα με τις παρακάτω συνιστώσες της¹⁸:

1. Της Μακροπρόθεσμης τάσης
2. Της Κυκλικής επίδρασης
3. Της Εποχιακής επίδρασης και
4. της Τυχαίας παραλλαγής

Έτσι μία τιμή Y_t μιας χρονολογικής σειράς, μπορεί να θεωρηθεί ως γινόμενο τεσσάρων παραγόντων, σύμφωνα με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα¹⁹:

$$Y_t = T_t S_t C_t I_t$$

όπου

Y_t = Η Τιμή της σειράς Y στη χρονική περίοδο t

T_t = Η Τάση

S_t = Η Εποχιακή Διακύμανση

C_t = Η Κυκλική Διακύμανση

I_t = Η Τυχαία Διακύμανση

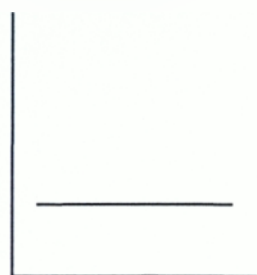
Η τάση σε μία χρονολογική σειρά είναι η μακροχρόνια ανοδική ή καθοδική κίνηση σε περίοδο αρκετών ετών (σχήμα 1b). Οι εποχιακές διακυμάνσεις σε μια χρονολογική σειρά είναι οι άνοδοι και οι κάθοδοι που εμφανίζονται πάντα σε μια συγκεκριμένη εποχή του έτους (ή του μήνα ή της εβδομάδας ή της ημέρας) (σχήμα 1ε). Η ουσιαστική διαφορά μεταξύ των εποχιακών και των κυκλικών διακυμάνσεων είναι ότι οι εποχιακές διακυμάνσεις είναι

¹⁸Θα στηρίξουμε την παρουσίαση της ανάλυσης στο Βλασσάκη Ε., *Προβλέψεις Ζήτησης Αίματος με Χρήση Χρονολογικών Σειρών για το Τμήμα Αιμοδοσίας του Γενικού Νοσοκομείου Ηρακλείου «Βενιζέλειο – Πανάνειο»*, ΤΕΙ Καλαμάτας, Καλαμάτα 2005, σελ. 2-3.

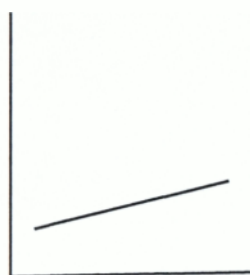
¹⁹Παπαδήμας Ο., Κούλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 356.

προβλέψιμες, εμφανίζονται σε τακτά χρονικά διαστήματα από χρόνο σε χρόνο (ή από τετράμηνο σε τετράμηνο ή από εβδομάδα σε εβδομάδα) ενώ οι κυκλικές μετακινήσεις τείνουν να είναι ανώμαλες και συμβαίνει να εμφανίζονται για μία περίοδο πολλών ετών (σχήμα 1c). Το τέταρτο συστατικό μιας χρονολογικής σειράς είναι η τυχαία παραλλαγή. Αυτό το συστατικό αντιπροσωπεύει την τυχαία ανοδική και καθοδική μετακίνηση της σειράς μετά από τον υπολογισμό της μακροπρόθεσμης τάσης, της κυκλικής επίδρασης και της εποχιακής επίδρασης. Η τυχαία παραλλαγή είναι η ανεξήγητη μετατόπιση της σειράς κατά τη διάρκεια μιας μικρής χρονικής περιόδου. Όλες οι χρονολογικές σειρές περιέχουν την τυχαία παραλλαγή. Επιπλέον, μια χρονολογική σειρά μπορεί να περιέχει καμία, μια, δύο, ή όλα τα συστατικά της χρονολογικής σειράς. Η ανάλυση της χρονολογικής σειράς έχει σαν στόχο να προσδιορίσει την σύνθεση που υπάρχει προκειμένου να προσδιοριστούν οι αιτίες της με σκοπό να προβλεφθούν οι μελλοντικές τιμές της χρονολογικής σειράς.

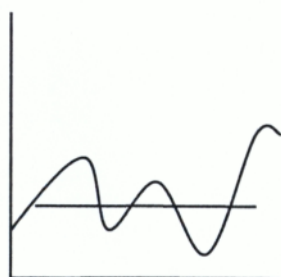
Σχήμα 1. Στοιχεία των συνιστωσών μιας χρονολογικής σειράς: (a) επίπεδη σειρά χωρίς τάση, (b) χρονολογική σειρά με τάση, (c) κυκλική επίδραση χωρίς τάση, (d) κυκλική επίδραση με τάση, (e) εποχικότητα χωρίς τάση, και (f) εποχικότητα με τάση²⁰



1a



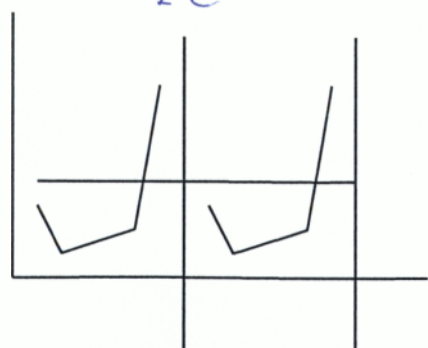
1b



1c



1d



1e



1f

²⁰Miller D. M., Cavanos G. C., *An Introduction to Modern Business Statistics*, Duxbury Press, 1999, σελ. 559.

Με την όλο και περισσότερη μελέτη της χρονολογικής σειράς, οι διαδικασίες που διακρίνουν την κάθε μια συνιστώσα δεν είναι εύκολο να απομονωθούν. Συχνά, τα εποχιακά και κυκλικά αποτελέσματα – ή τα τρία συστατικά, η μακροπρόθεσμη τάση και τα κυκλικά και εποχιακά αποτελέσματα – είναι έτσι ενσωματωμένα που είναι αδιάσπαστα. Αντίθετα, εάν τα συστατικά εμφανίζονται και είναι ευδιάκριτα, τότε ο χωρισμός τους δεν είναι δύσκολος. Η μακροπρόθεσμη τάση και η εποχιακή επίδραση, όταν προσδιορίζονται, μπορούν να εξαλειφθούν από τις τιμές της χρονολογικής σειράς, οπότε το υπόλοιπο αποδίδεται στην τυχαία παραλλαγή.

Δεδομένου ότι η τυχαία παραλλαγή είναι στην καλύτερη περίπτωση πιθανολογική, η ακριβής εκτίμηση των μελλοντικών τιμών μπορεί να αναμένεται μόνο όταν το μέγεθος της τυχαίας παραλλαγής είναι μικρό.

Έτσι οι προβλεφθείσες τιμές μπορεί να είναι ανακριβείς εάν το μέγεθος της τυχαίας παραλλαγής είναι μεγάλο. Σε αυτήν τη περίπτωση το καλύτερο που μπορούμε να κάνουμε είναι να δώσουμε ένα διάστημα πιθανότητας για την προβλεφθείσα τιμή, το οποίο είναι βασισμένο στην ιδιαίτερη κατανομή πιθανότητας της τυχαίας παραλλαγής²¹.

Για κάθε συνιστώσα που αναφέραμε παραπάνω υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να μελετήσουμε τις επιδράσεις της πάνω στη χρονολογική σειρά, τους οποίους παρουσιάζουμε τώρα με βάση το παράδειγμα μας (Πίνακας 1).

3.2 Εκτίμηση της τάσης

Η μακροχρόνια τάση αναφέρεται στην ανοδική ή καθοδική πορεία την οποία φαίνεται να ακολουθεί η χρονολογική σειρά με την πάροδο αρκετού χρόνου. Η τάση συνήθως προσδιορίζεται από κάποια γνήσια μονότονη καμπύλη η οποία ονομάζεται *καμπύλη τάσης*.

Θα προσδιορίσουμε τη μακροχρόνια τάση μιας σειράς με δύο τρόπους. Ο πρώτος συνίσταται στον υπολογισμό ορισμένων (ποσοτικών) μεγεθών που

²¹Mendenhall W., Reinmuth J. E., Beaver R. J., *Statistics for Management and Economics*, 7th ed., Duxbury Press, 1993, σελ. 626-627.

λέγονται *κινητοί μέσοι όροι* και ο δεύτερος τρόπος είναι μέσω της μεθόδου της (γραμμικής) *παλινδρόμησης*.

3.2.1 Ο Προσδιορισμός της τάσης με τη χρήση κινητών μέσων όρων

Έστω $Y_1, Y_2, Y_{N-1}, \dots, Y_N, Y_{N+1}, \dots$ μια χρονολογική σειρά για την οποία οι παρατηρήσεις έχουν ληφθεί σε ισαπέχοντα χρονικά σημεία. Η σειρά που προκύπτει με τους επόμενους μέσους όρους

$$\frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N}{N}, \frac{Y_2 + Y_3 + Y_{N+1}}{N}, \frac{Y_3 + Y_4 + \dots + Y_{N+2}}{N}$$

ονομάζεται *σειρά κινητών μέσων όρων τάξης N* της αρχικής σειράς Y_t .

Οι κινητοί μέσοι όροι αντιστοιχίζονται κάθε φορά με τη μεσαία παρατήρηση του τμήματος της αρχικής σειράς για το οποίο υπολογίζονται. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο όταν η τάξη τους είναι περιττός αριθμός. Αν η τάξη είναι άρτιος αριθμός, οι κινητοί μέσοι αντιστοιχίζονται προσωρινά ανάμεσα στις δυο μεσαίες παρατηρήσεις της αρχικής σειράς και στη συνέχεια υπολογίζονται οι κινητοί μέσοι τάξης $N=2$ της νέας σειράς, οι οποίοι αντιστοιχούν πλέον σε υπαρκτές παρατηρήσεις της αρχικής σειράς²². Οι κινητοί μέσοι τάξης 2, ονομάζονται τότε, *κεντροποιημένοι κινητοί μέσοι*. Ένα μειονέκτημα των κινητών μέσων είναι η απώλεια δύο ή περισσότερων παρατηρήσεων στην αρχή και στο τέλος. Στο παράδειγμα μας έχουμε απώλεια δώδεκα παρατηρήσεων, έξι στην αρχή και έξι στο τέλος της σειράς καθώς χρησιμοποιούμε κινητούς μέσους 12^{ης} τάξης αφού οι παρατηρήσεις που έχουμε είναι ανά μήνα. Η απώλεια όμως αυτή δεν αποτελεί σοβαρό πρόβλημα αφού για τον προσδιορισμό της τάσης απαιτούνται μακροχρόνιες παρατηρήσεις. Συνήθως ο κινητός μέσος χρησιμοποιείται για την εξομάλυνση της σειράς και την απεικόνιση της κεντρικής της κίνησης κατά την περίοδο του δείγματος.

Στον πίνακα 2 φαίνονται οι υπολογισμοί για τον προσδιορισμό της τάσης με τη χρήση κινητών μέσων όρων τάξης 12.

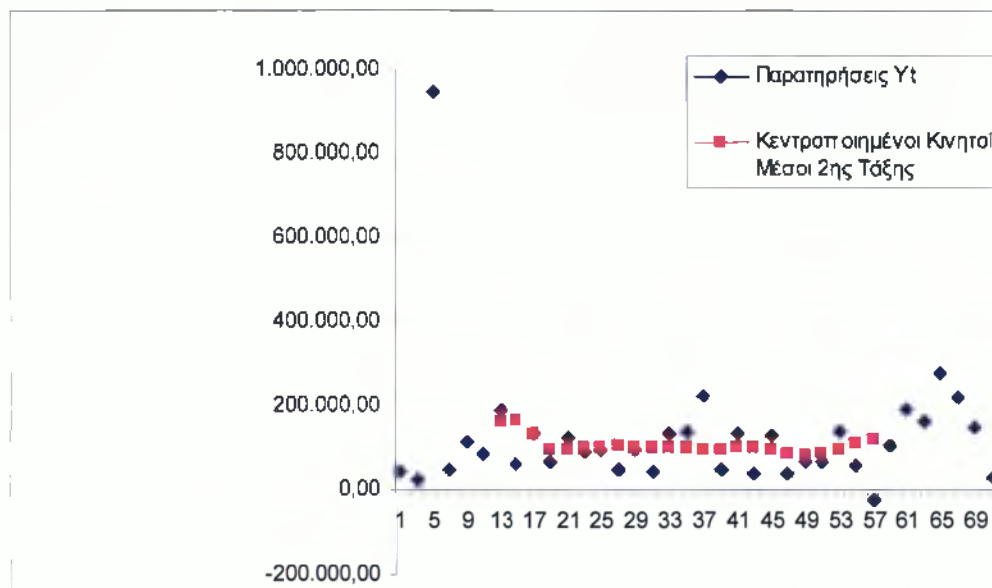
²² Παπαδήμας Ο., Κούλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 357.

Πίνακας 2. Εκτίμηση της τάσης με τη μέθοδο των κινητών μέσω όρων

Χρόνος t	Παρατηρήσεις Yt	Κινητοί Μέσοι	Κεντροποιημένοι Κινητοί
1	44.288,64		
2	22.772,29		
3	946.052,66		
4	45.441,35		
5	115.133,16		
6	87.759,54		
7	191.616,36	160.499,95	162.577,97
8	61.994,58	164.655,98	165.599,71
9	132.945,90	166.543,45	131.187,83
10	65.260,92	95.832,21	95.630,06
11	124.201,54	95.427,92	96.193,86
12	88.532,49	96.939,80	99.014,93
13	94.161,02	101.090,06	102.364,30
14	45.421,84	103.638,53	102.867,44
15	97.517,78	102.296,35	102.343,38
16	40.589,98	102.390,43	101.193,69
17	133.275,68	99.896,94	100.172,18
18	137.562,63	100.347,38	98.264,36
19	222.198,07	96.181,35	95.129,51
20	45.888,34	94.077,68	95.007,96
21	134.074,90	95.938,25	97.641,17
22	36.539,05	99.344,09	99.957,80
23	128.408,73	100.571,51	94.012,09
24	38.540,15	87.452,68	86.013,24
25	68.916,98	84.573,81	83.296,87
26	67.748,69	82.018,93	86.785,16
27	138.387,87	91.550,40	97.439,24
28	55.319,05	103.328,08	110.920,81
29	-24.150,35	118.513,55	119.339,70
30	103.016,26	120.165,84	
31	191.551,44	119.505,89	
32	160.254,01		
33	275.407,06		
34	218.764,72		
35	148.234,19		
36	30.620,72		

Το χρονοδιάγραμμα των δεδομένων καθώς και η γραμμή των κεντροποιημένων κινητών μέσων δίνεται στο διάγραμμα 2.

Διάγραμμα 2. Η γραμμική τάση με τη μέθοδο των κινητών μέσων



Παρατηρούμε ότι η σειρά που ενώνει τους κινητούς μέσους έχει εξομαλύνει τα αρχικά δεδομένα δείχνοντας ότι δεν υπάρχει ανοδική ή καθοδική τάση.

3.2.2 Ο προσδιορισμός της τάσης με τη χρήση της μεθόδου παλινδρόμησης

Η απλούστερη σχέση που σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά τη νομοτέλεια μεταξύ δυο μεταβλητών X , Y είναι η γραμμική παλινδρόμηση της οποίας η εξίσωση έχει τη μορφή²³ :

$$Y=A+B \cdot x$$

Η γραμμική παλινδρόμηση δείχνει ότι η μεταβλητή Y μεταβάλλεται κάθε χρονική περίοδο κατά το σταθερό ποσό B . Ο προσδιορισμός των άγνωστων παραμέτρων A, B γίνεται με τη χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων επιλύοντας τελικά τις παρακάτω εξισώσεις²⁴.

$$B = \frac{\sum t_i y_i - \frac{\sum t_i \sum y_i}{N}}{\sum t_i^2 - \left(\frac{\sum t_i}{N} \right)^2}$$

$$A = \frac{\sum y_i}{N} - B \frac{\sum t_i}{N}$$

²³ Παπαδήμας Ο., Κοΰλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 356.

²⁴ Χαλκιάς Ι. Γ., *Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*, Εκδόσεις Rosili, 2^η έκδοση, Αθήνα 2002, σελ. 364 – 365.

Πίνακας 3. Εκτίμηση της τάσης με γραμμική παλινδρόμηση

Χρόνος	Παρατηρήσεις		t^2	
t	y	tiyi		
1	44.288,64	44.288,64	1	
2	22.772,29	45.544,58	4	
3	946.052,66	2.838.157,98	9	
4	45.441,35	181.765,40	16	
5	115.133,16	575.665,80	25	
6	87.759,54	526.557,24	36	
7	191.616,36	1.341.314,52	49	
8	61.994,56	495.956,48	64	
9	132.945,90	1.196.513,10	81	
10	65.260,92	652.609,20	100	
11	124.201,54	1.366.216,94	121	
12	88.532,49	1.062.389,88	144	
13	94.161,02	1.224.093,26	169	
14	45.421,84	635.905,76	196	
15	97.517,78	1.462.766,70	225	
16	40.589,98	649.439,68	256	
17	133.275,68	2.265.686,56	289	
18	137.562,63	2.476.127,34	324	
19	222.198,07	4.221.763,33	361	
20	45.888,34	917.766,80	400	
21	134.074,90	2.815.572,90	441	
22	36.539,05	803.859,10	484	
23	128.406,73	2.953.354,79	529	
24	38.540,15	924.963,60	576	
25	68.916,98	1.722.924,50	625	
26	67.748,69	1.761.465,94	676	
27	138.387,87	3.736.472,49	729	
28	55.319,05	1.548.933,40	784	
29	-24.150,35	-700.360,15	841	
30	103.016,26	3.090.487,80	900	
31	191.551,44	5.938.094,64	961	
32	160.254,01	5.128.128,32	1.024	
33	275.407,06	9.088.432,98	1.089	
34	218.764,72	7.438.000,48	1.156	
35	148.234,19	5.188.196,65	1.225	
36	30.620,72	1.102.345,92	1.296	
ΣΥΝΟΛΑ	666	4.514.246,22	75.619.056,63	16.206

Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις τις τιμές που έχουμε στον πίνακα 3 το σύστημα θα έχει την εξής μορφή:

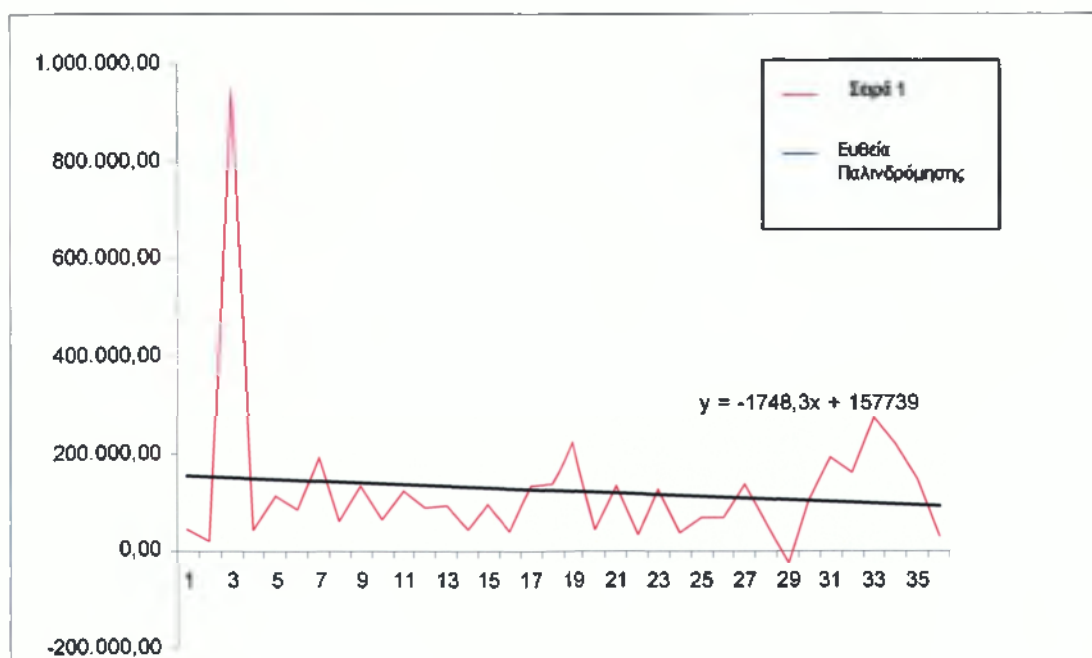
$$\frac{75.619.056,63 - \frac{666 * 4.514.246,22}{36}}{16.206 - \left(\frac{666}{36}\right)^2} \quad \text{και}$$

$$\frac{4.514.246,22}{36} - 1.748,3 \frac{666}{36}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε ότι το A ισούται με 157739,3 και το B ισούται με 1748,3 οπότε η εξίσωση έχει την παρακάτω μορφή :

$$Y_t = 157739,3 - 1748,3 t$$

Διάγραμμα 3. Η τάση με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης



Η ευθεία παλινδρόμησης, που φαίνεται στο Διάγραμμα 3, βλέπουμε ότι έχει αρνητική κλίση και αυτό μπορεί να γίνει αμέσως αντιληπτό από την εξίσωση καθώς ο (αρνητικός) συντελεστής παλινδρόμησης β ταυτίζεται με το συντελεστή κλίσης της ευθείας (παλινδρόμησης).

3.3 Εκτίμηση του κύκλου

Η κυκλική συνιστώσα αντιπροσωπεύει εκείνες τις επαναλαμβανόμενες κυμάνσεις γύρω από την τάση που η διάρκεια τους είναι μεγαλύτερη του έτους. Οι κυμάνσεις αυτές έχουν ανοδικές και καθοδικές φάσεις οι οποίες, συνήθως, διαρκούν μερικά έτη.

Αφού εκτιμήσουμε την τάση το επόμενο βήμα είναι να απομονώσουμε σταδιακά τις υπόλοιπες συνιστώσες της χρονολογικής σειράς. Θα χρησιμοποιήσουμε το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα διαιρώντας τις τιμές της αρχικής σειράς Y με τις τιμές της τάσης (T), δηλαδή $Y=T \times C \times I$ ή $Y/T=C \times I$. Έτσι ο κύκλος εκφράζεται από τις αποκλίσεις των πραγματικών τιμών της Y από τις τιμές της τάσης (T). Οι αποκλίσεις εκφράζονται ως ποσοστό των τιμών της τάσης.

Οι αποκλίσεις αυτές είναι συνδυασμός των συνιστωσών του κύκλου (C) και της τυχαίας συνιστώσας (I). Για να αφαιρέσουμε την τυχαία συνιστώσα (I) και να προκύψει ο κύκλος (C) προσαρμόζουμε στις ποσοστιαίες αποκλίσεις $(Y-T)/T$ έναν κινητό μέσο τάξης 3. Με αυτό τον τρόπο εξομαλύνουμε τις αποκλίσεις και τη κίνηση του κύκλου.

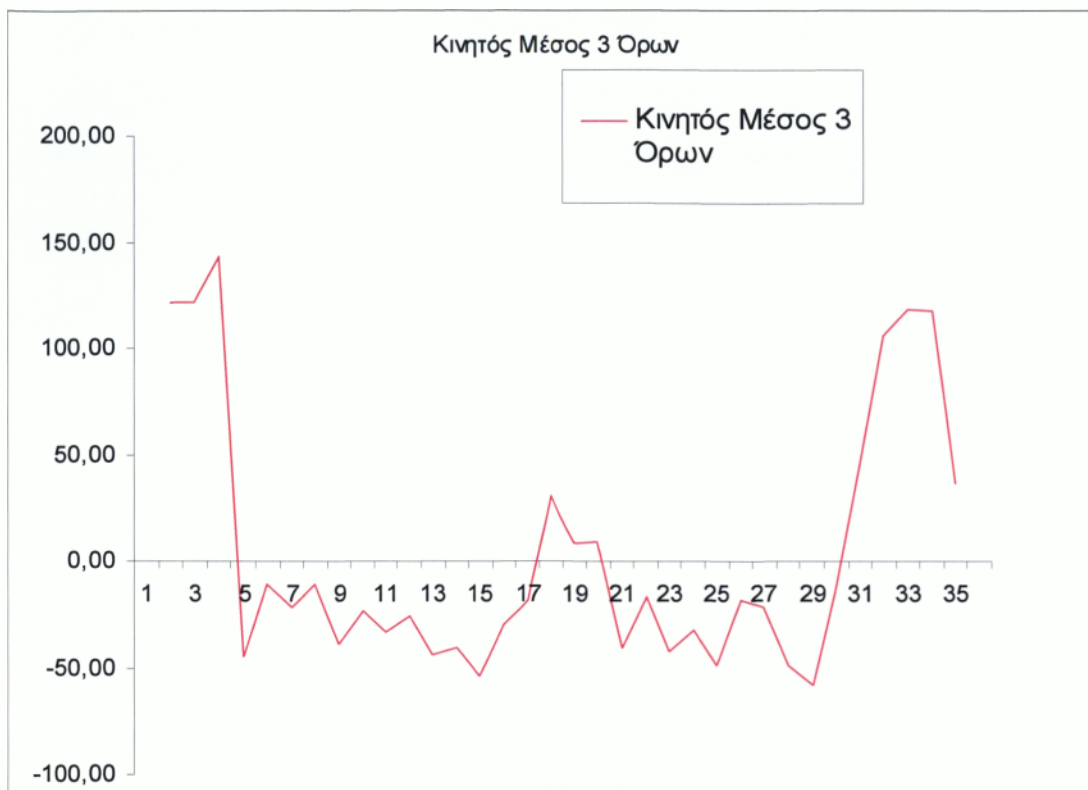
Ο Πίνακας 4 και το Διάγραμμα 4 δείχνουν τον τρόπο υπολογισμού των ποσοστιαίων αποκλίσεων των τιμών της Y από την γραμμική τάση καθώς και των τιμών του κινητού μέσου όρου.

Το διάγραμμα 4 δείχνει, όπως και οι υπολογισμοί, ότι δεν υπάρχει κύκλος.

Πίνακας 4. Αποκλίσεις από την τάση

Χρόνος	Παρατηρήσεις	T=157739,3-	(Y-T)/T (%)	(Y-T)/T (%)
t	y	1748,3	(Y-T)/T (%)	Κ.Μ. 3 Τάξης
1	44.288,64	155.991,00	-71,61	
2	22.772,29	154.242,70	-85,24	121,18
3	946.052,66	152.494,40	520,39	121,76
4	45.441,35	150.746,10	-69,86	142,60
5	115.133,16	148.997,80	-22,73	-44,33
6	87.759,54	147.249,50	-40,40	-10,48
7	191.616,36	145.501,20	31,69	-21,86
8	61.994,56	143.752,90	-56,87	-10,52
9	132.945,90	142.004,60	-6,38	-38,91
10	65.260,92	140.256,30	-53,47	-23,39
11	124.201,54	138.508,00	-10,33	-33,02
12	88.532,49	136.759,70	-35,26	-25,28
13	94.161,02	135.011,40	-30,26	-43,81
14	45.421,84	133.263,10	-65,92	-40,67
15	97.517,78	131.514,80	-25,85	-53,50
16	40.589,98	129.766,50	-68,72	-30,15
17	133.275,68	128.018,20	4,11	-18,56
18	137.562,63	126.269,90	8,94	30,50
19	222.198,07	124.521,60	78,44	8,25
20	45.888,34	122.773,30	-62,62	8,87
21	134.074,90	121.025,00	10,78	-40,40
22	36.539,05	119.276,70	-69,37	-16,44
23	128.406,73	117.528,40	9,26	-42,27
24	38.540,15	115.780,10	-66,71	-32,34
25	68.916,98	114.031,80	-39,56	-48,65
26	67.748,69	112.283,50	-39,66	-18,01
27	138.387,87	110.535,20	25,20	-21,20
28	55.319,05	108.786,90	-49,15	-48,84
29	-24.150,35	107.038,60	-122,56	-57,96
30	103.016,26	105.290,30	-2,16	-13,24
31	191.551,44	103.542,00	85,00	46,76
32	160.254,01	101.793,70	57,43	105,90
33	275.407,06	100.045,40	175,28	118,42
34	218.764,72	98.297,10	122,55	117,12
35	148.234,19	96.548,80	53,53	36,13
36	30.620,72	94.800,50	-67,70	

Διάγραμμα 4. Ποσοστιαίες αποκλίσεις από την τάση



Η διάρκεια των κύκλων δεν είναι σταθερή με αποτέλεσμα η ανάλυσή τους να έχει περιγραφικό χαρακτήρα (τι συνέβη στο παρελθόν) και όχι προβλεπτικό αφού είναι δύσκολο να προβλέψουμε τη διάρκεια των κύκλων²⁵.

3.4 Εκτίμηση της εποχικότητας

Η εποχικότητα περιέχεται σε χρονολογικές σειρές που οι τιμές τους αναφέρονται σε περιόδους μικρότερες του έτους (μήνες, τρίμηνα κ.λπ.). Η εκτίμηση των δεικτών εποχικότητας γίνεται με τρόπο παρόμοιο με εκείνο της εκτίμησης του κύκλου. Πιο συγκεκριμένα όταν έχουμε την τριμηνιαία σειρά Y με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα είναι :

$$Y = T \times C \times S \times I \quad \text{οπότε} \quad Y / (T \times C) = S \times I$$

²⁵Χαλκιάς Ι. Γ., *Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*, Εκδόσεις Rosili, 2^η έκδοση, Αθήνα 2002, σελ. 373 - 375.

Με βάση την παραπάνω σχέση ο τρόπος εκτίμησης των δεικτών εποχικότητας είναι ο εξής: Πρώτα αφαιρούμε την επίδραση της τάσης και του κύκλου ($T \times C$) με διαίρεση, στη συνέχεια από τη σειρά ($S \times I$) εκτιμούμε την κατά μέσο όρο επίδραση της κάθε εποχής²⁶. Η απαλοιφή της εποχικότητας μιας σειράς γίνεται με τη διαίρεση των παρατηρήσεων (αφού πρώτα πολλαπλασιαστούν επί εκατό) δια των αντίστοιχων δεικτών εποχικότητας. Αυτοί υπολογίζονται ως εξής: πρώτα βρίσκουμε τους μέσους όρους κάθε έτους, όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.

Πίνακας 5. Ο μηνιαίος μέσος

ΕΤΗ	2005	2006	2007
ΜΗΝΕΣ			
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	44.288,64	94.161,02	68.916,98
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	22.772,29	45.421,84	67.748,69
ΜΑΡΤΙΟΣ	946.052,66	97.517,78	138.387,87
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	45.441,35	40.589,98	55.319,05
ΜΑΙΟΣ	115.133,16	133.275,68	-24.150,35
ΙΟΥΝΙΟΣ	87.759,54	137.562,63	103.016,26
ΙΟΥΛΙΟΣ	191.616,36	222.198,07	191.551,44
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	61.994,56	45.888,34	160.254,01
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	132.945,90	134.074,90	275.407,06
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	65.260,92	36.539,05	218.764,72
ΜΟΕΜΒΡΙΟΣ	124.201,54	128.406,73	148.234,19
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	88.532,49	38.540,15	30.620,72
ΣΥΝΟΛΑ	1.925.999,41	1.154.176,17	1.434.070,64
ΜΗΝΙΑΙΟΣ			
ΜΕΣΟΣ	160.499,95	96.181,35	119.505,89

Έπειτα διαιρούμε τις τιμές κάθε έτους με τον αντίστοιχο μέσο όρο και το αποτέλεσμα το πολλαπλασιάζουμε με το 100, δηλαδή για παράδειγμα ο Ιανουάριος 2005 ($44.288,64/160.499,95$) $\times 100=28$ όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.

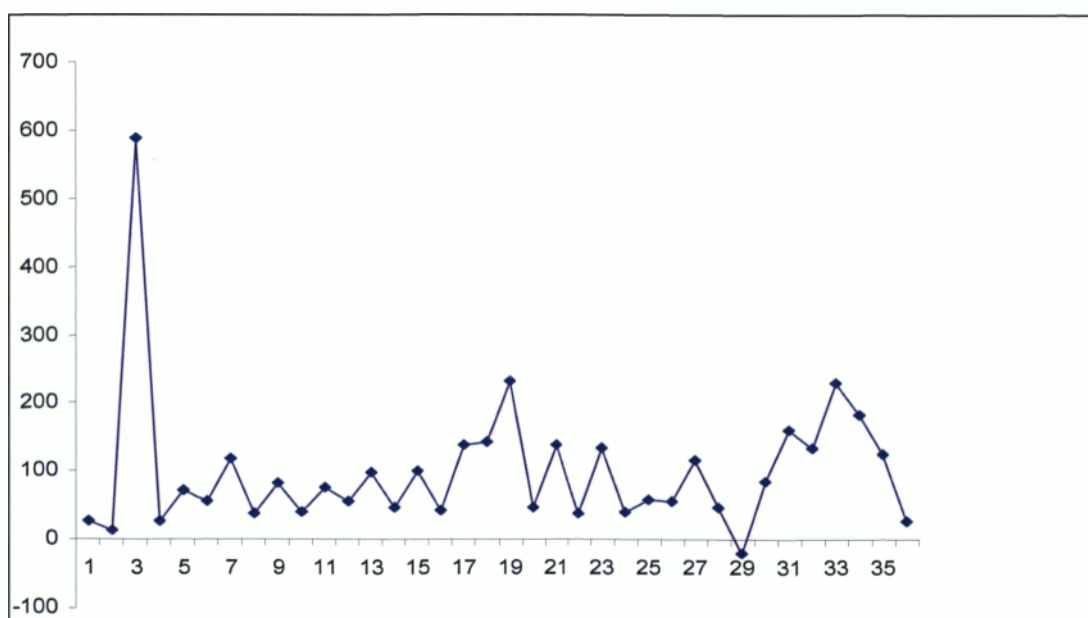
²⁶ Χαλκιάς Ι. Γ., *Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*, Εκδόσεις Rosili, 2^η έκδοση, Αθήνα 2002, σελ. 375.

Πίνακας 6. Οι δείκτες εποχικότητας

	Ιανουάριος	Φεβρουάριος	Μάρτιος	Απρίλιος	Μάιος	Ιούνιος	Ιούλιος	Αύγουστος	Σεπτέμβριος	Οκτώβριος	Νοέμβριος	Δεκέμβριος
2005	28	14	589	28	72	55	119	39	83	41	77	55
2006	98	47	101	42	139	143	231	48	139	38	134	40
2007	58	57	116	46	-20	86	160	134	230	183	124	26
ΣΥΝΟΛΟ	183	118	807	117	190	284	511	220	453	262	335	121
Δείκτες												
Εποχικότητας	61,05	39,37	268,88	38,93	63,36	94,63	170,23	73,48	150,90	87,24	111,64	40,21

Τέλος, προσθέτουμε τις τιμές του ίδιου μήνα για κάθε χρόνο, π.χ. για τον Ιανουάριο $28+98+58=183$ και βγάζουμε το μέσο όρο $183/3=61,05$. Οι αριθμοί της τελευταίας γραμμής είναι οι δείκτες εποχικότητας. Έτσι όταν ο δείκτης, ενός μήνα, π.χ. του Νοεμβρίου είναι 111,64 σημαίνει τα έσοδα αυτό το μήνα είναι $111,6 - 100 = 11,6\%$ περισσότερα από τα μέσα μηνιαία έξοδα. Η γραφική παράσταση των δεικτών εποχικότητας είναι στο διάγραμμα 5 όπου φαίνεται ότι δεν υπάρχει εποχικότητα για την χρονολογική σειρά που μας απασχολεί.

Διάγραμμα 5. Οι δείκτες της εποχικότητας



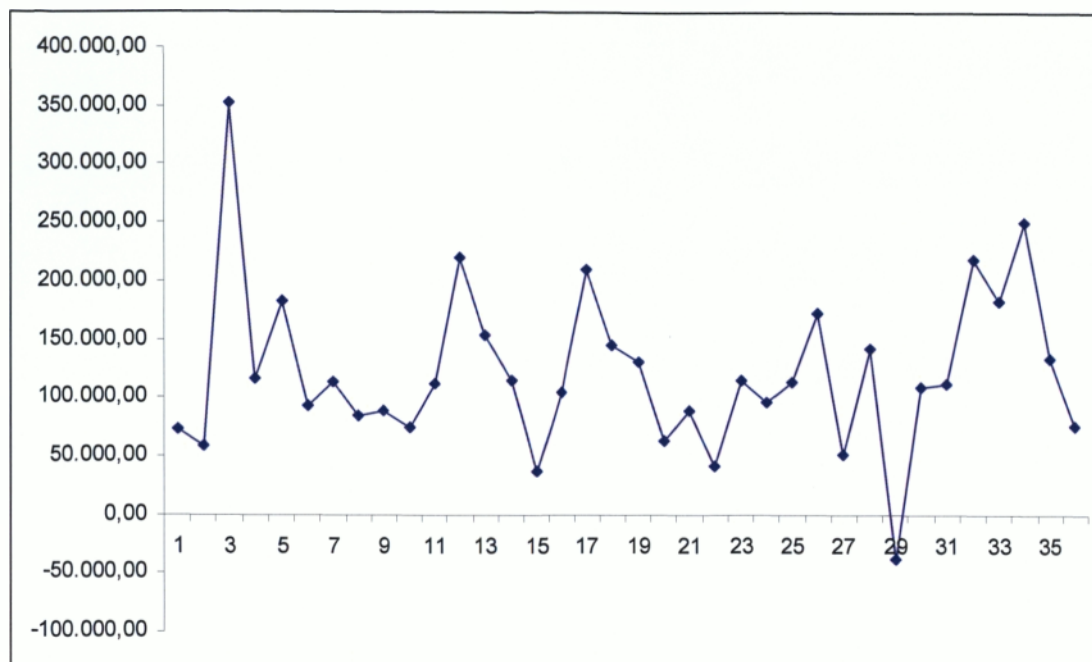
Για να αφαιρέσουμε την εποχικότητα από τις τιμές της σειράς, διαιρούμε κάθε μηνιαία τιμή με τον αντίστοιχο δείκτη εποχικότητας και μετά πολλαπλασιάζουμε με το 100, δηλαδή $(44288,64/61,05) \times 100 = 72540,15$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 7.

Πίνακας 7. Οι παρατηρήσεις χωρίς την εποχικότητα

ΕΤΗ	2005	2006	2007
ΜΗΝΕΣ			
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	72.540,15	154.225,88	112.878,79
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	57.844,56	115.377,35	172.090,43
ΜΑΡΤΙΟΣ	351.853,49	36.268,56	51.468,86
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	116.712,10	104.251,79	142.082,10
ΜΑΙΟΣ	181.700,60	210.332,72	-38.113,55
ΙΟΥΝΙΟΣ	92.734,79	145.361,31	108.856,44
ΙΟΥΛΙΟΣ	112.562,49	130.527,31	112.524,35
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	84.371,86	62.452,01	218.098,64
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	88.104,87	88.853,07	182.515,62
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	74.809,49	41.885,21	250.773,00
ΜΟΕΜΒΡΙΟΣ	111.249,10	115.015,75	132.775,49
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	219.768,10	95.669,91	76.011,16

Στο διάγραμμα 6 φαίνεται η γραφική παράσταση των δεδομένων του πίνακα 7.

Διάγραμμα 6. Οι παρατηρήσεις χωρίς εποχικότητα



3.5 Τα μέτρα ακρίβειας της πρόβλεψης

Για να προβλέψουμε τις μελλοντικές τιμές μιας χρονολογικής σειράς υπάρχουν διάφοροι τρόποι και μοντέλα.

Κατά την επιλογή μεταξύ των διαφόρων μοντέλων πρόβλεψης ή κατά την αξιολόγηση ενός υπάρχοντος μοντέλου πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ορισμένα μεγέθη (μέτρα) που συνοψίζουν την γενική ακρίβεια που παρέχεται από το μοντέλο. Όσο πιο κοντά είναι οι προβλέψεις \hat{y}_t στις πραγματικές τιμές y_t της σειράς, τόσο ακριβέστερο είναι το μοντέλο πρόβλεψης. Κατά συνέπεια η ποιότητα ενός μοντέλου μπορεί να αξιολογηθεί με την εξέταση των σειρών των λαθών πρόβλεψης $(y_t - \hat{y}_t)$.

Τα συνηθέστερα χρησιμοποιημένα μέτρα της ακρίβειας πρόβλεψης είναι η μέση απόλυτη απόκλιση (MAD), το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) και το μέσο απόλυτο σφάλμα

ποσοστού (MAPE). Οι τύποι για τον υπολογισμό αυτών των μέτρων δίνονται αμέσως παρακάτω.

Υπολογισμός της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης (Mean Absolute Divergence)

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}_i|$$

Υπολογισμός του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Mean Square Error)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$$

Υπολογισμός της Ρίζας του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Root Mean Square Error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

Υπολογισμός του Μέσου Απόλυτου Ποσοστικού Σφάλματος (Mean Absolute Percentage Error)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \bar{y}_i}{y_i} \right| (100\%)$$

Η βασική διαφορά μεταξύ του MAD και του MSE ή (RMSE) είναι ότι το MSE (και RMSE) επηρεάζονται από τα ακραία λάθη περισσότερο από το MAD. Το MAD και το RMSE παράγουν συγκρίσιμες τιμές ενώ το MAPE είναι πολύ μικρότερο και δεν μπορεί να συγκριθεί άμεσα με τα άλλα τρία²⁷.

²⁷Mendenhall W., Reinmuth J. E., Beaver R. J., *Statistics for Management and Economics*, 7th ed., Duxbury Press, 1993, σελ. 668-669.

3.6 Μοντέλα πρόβλεψης

Στην επιχείρηση και τη δημόσια διοίκηση ενδιαφερόμαστε τόσο για τις βραχυπρόθεσμες όσο και για τις μακροπρόθεσμες προβλέψεις. Η βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη επεκτείνεται συνήθως σε λιγότερο από ένα έτος στο μέλλον. Η μακροπρόθεσμη πρόβλεψη επεκτείνεται συνήθως από 2 έως 10 έτη στο μέλλον. Δεδομένου ότι το μέλλον είναι πάντα αβέβαιο δεν μπορούμε να αναμείνουμε την πλήρη ακρίβεια για οποιαδήποτε πρόβλεψη.

Πρέπει ουσιαστικά να υποθέσουμε ότι το παρελθόν είναι ένας "καθρέφτης" του μέλλοντος – ότι οι προηγούμενες τάσεις, εποχικότητες που ενδεχομένως βρήκαμε στη σειρά, και κύκλοι θα συνεχίσουν στο μέλλον. Η περίπτωση αυτή είναι μάλλον σπάνια. Εφ' όσον περιλαμβάνεται η αβεβαιότητα για το μέλλον, η πρόβλεψη πρέπει να αναγνωριστεί ως τέχνη που γίνεται τελειότερη όταν ο ειδικός στις προβλέψεις αποκτά εμπειρία και δυνατότητα να την προσαρμόσει στο μεταβαλλόμενο περιβάλλον της πραγματικότητας. Ακόμα κι έτσι ένα ορισμένο ποσό τύχης και ένα είδος "ταπεινότητας" μπορούν να είναι χρήσιμα, δεδομένου ότι οι χειρότεροι ειδικοί στις προβλέψεις παράγουν περιστασιακά μια πολύ καλή πρόβλεψη ενώ ακόμη και οι καλύτεροι ειδικοί στις προβλέψεις μπορούν να αποτύχουν τελείως.

Και αυτό γιατί η επιλογή ενός προτύπου πρόβλεψης περιλαμβάνει τελικά την επιλογή μιας διαδικασίας εκτίμησης. Μια πρόβλεψη είναι, τελικά, μια εκτίμηση μιας μελλοντικής έκβασης μιας τυχαίας διαδικασίας. Αυτός που έχει την ευθύνη πρέπει επομένως να στηριχθεί σε μεγάλο ποσοστό στην εμπειρία και στη δυνατότητα του να κρίνει τη λογική μιας πρόβλεψης λαμβάνοντας υπόψη όλες τις υπάρχουσες επιδράσεις σχετικές με τη χρονολογική σειρά υπό έρευνα.

Θα τονίσουμε ότι δεν υπάρχει τέτοιο πράγμα όπως το καλύτερο μοντέλο πρόβλεψης που χρησιμοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις. Ένα μοντέλο πρόβλεψης που μπορεί να είναι κατάλληλο π.χ. για τον υπολογισμό των μελλοντικών επιπέδων πωλήσεων για ένα καθιερωμένο προϊόν μπορεί να

είναι συνολικά ακατάλληλο για την πρόβλεψη των πωλήσεων ενός νέου προϊόντος που δεν έχει εισαχθεί ακόμα στην αγορά.

Κατά συνέπεια ένας από τους αρχικούς στόχους που συνδέονται με την πρόβλεψη είναι να ταιριάζει με ένα κατάλληλο πρότυπο πρόβλεψης για τη χρονολογική σειρά που προβλέπεται. Ο ειδικός στις προβλέψεις γίνεται ικανότερος σε αυτό τον στόχο μέσω της εμπειρίας που αποκτιέται από τη μελέτη της συμπεριφοράς της χρονολογικής σειράς και από τη δοκιμασία και το λάθος στη χρήση των διάφορων διαδικασιών πρόβλεψης.

Επιπρόσθετα, εκτός από το στόχο για ένα κατάλληλο μοντέλο πρόβλεψης για τη μελετώμενη χρονολογική σειρά, η επιλογή λαμβάνει υπόψη της και άλλους παράγοντες, όπως το κόστος των μοντέλων πρόβλεψης. Παραδείγματος χάριν, μερικά μοντέλα πρόβλεψης είναι απλά και εύκολα υπολογίσιμα, ειδικά εκείνα για τα οποία τα στοιχεία και τα κατάλληλα προγράμματα υπολογιστών είναι διαθέσιμα. Τα εναλλακτικά μοντέλα πρόβλεψης μπορούν να βελτιώσουν την ακρίβεια πρόβλεψης αλλά απαιτούν τις ακριβές διαδικασίες συλλογής δεδομένων ή την απόκτηση ενός δαπανηρού προγράμματος υπολογιστών. Σε τέτοιες περιπτώσεις ο ειδικός στις προβλέψεις πρέπει να αποφασίσει εάν οι αναμενόμενες βελτιώσεις στην ακρίβεια πρόβλεψης επιτρέπουν τις πρόσθετες δαπάνες.

Μια άλλη εκτίμηση στην επιλογή ενός προτύπου πρόβλεψης είναι ο χρονικός ορίζοντας της περιόδου πρόβλεψης. Μερικά μοντέλα είναι ακριβέστερα για τους βραχυπρόθεσμους χρονικούς ορίζοντες (έξι μήνες ή λιγότεροι) και άλλα είναι πιο αξιόπιστα για τους μακροπρόθεσμους ορίζοντες (ένα έτος ή περισσότεροι). Γενικά, ο ειδικός στις προβλέψεις πρέπει να επιλέξει το μοντέλο πρόβλεψης που κάνει την καλύτερη χρήση των διαθέσιμων στοιχείων.

3.6.1 Μοντέλο πρόβλεψης κινητών μέσων όρων

Όταν μια χρονολογική σειρά δεν παρουσιάζει τάσεις ή εποχιακά χαρακτηριστικά ο υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου μπορεί να είναι χρήσιμος στο να απαλείψει την τυχαία παραλλαγή έτσι ώστε να μπορούν να

παραχθούν αρκετά καλές βραχυπρόθεσμες προβλέψεις. Έτσι η μέθοδος συνίσταται στον υπολογισμό του μέσου όρου των διαθέσιμων παρατηρήσεων κατά τη διάρκεια των πιο πρόσφατων περιόδων M και τη χρησιμοποίηση αυτού του μέσου όρου ως πρόβλεψη της επόμενης παρατήρησης.

Το μοντέλο πρόβλεψης κινητού μέσου όρου χρησιμοποιεί το μέσο όρο των M πιο πρόσφατων παρατηρήσεων ως πρόβλεψη της αμέσως επόμενης παρατήρησης στη χρονολογική σειρά :

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + \dots + y_{t-M+1}}{M}$$

Στην πράξη, επιλέγουμε συνήθως ένα M που παράγει τις προβλέψεις που ελαχιστοποιούν κάποιο μέτρο της ακρίβειας πρόβλεψης, όπως το MAD ή το MSE. Θα δώσουμε ένα παράδειγμα προσπαθώντας να προβλέψουμε τις τιμές των εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. για έναν επόμενο μήνα. Ως παράδειγμα, θα προβλέψουμε την τιμή για το μήνα με $t=25$ και ομοίως θα συνεχίσουμε τις προβλέψεις έως και το μήνα με $t=37$. Η επιλογή του $t=25$ έγινε επειδή είναι η αρχή ενός νέου ημερολογιακού έτους (2007).

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο θα έχουμε για $t=24$ και $M=3$,

$$\hat{y}_{25} = \frac{y_{24} + y_{24-1} + y_{24-3+1}}{3} \quad \text{ή}$$

$$\hat{y}_{25} = \frac{y_{24} + y_{23} + y_{22}}{3}$$

$$\text{Δηλαδή, } \hat{y}_{25} = \frac{38540,15 + 128406,73 + 36539,05}{3} = 67.828,64$$

οπότε για τον 25^ο μήνα τα έσοδα που θα έχει η Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης και Αποχέτευσης είναι 179126,56. Ομοίως έχουμε για τον 26^ο , 27^ο και 28^ο μήνα.

$$\hat{y}_{26} = \frac{y_{25} + y_{24} + y_{23}}{3} = \frac{68916,98 + 38504,15 + 128406,73}{3} = 78.609,28$$

$$\hat{y}_{27} = \frac{y_{26} + y_{25} + y_{24}}{3} = \frac{67748,69 + 68916,98 + 38540,15}{3} = 58.401,94$$

$$\hat{y}_{28} = \frac{y_{27} + y_{26} + y_{25}}{3} = \frac{138387,87 + 67748,69 + 68916,98}{3} = 91.684,51$$

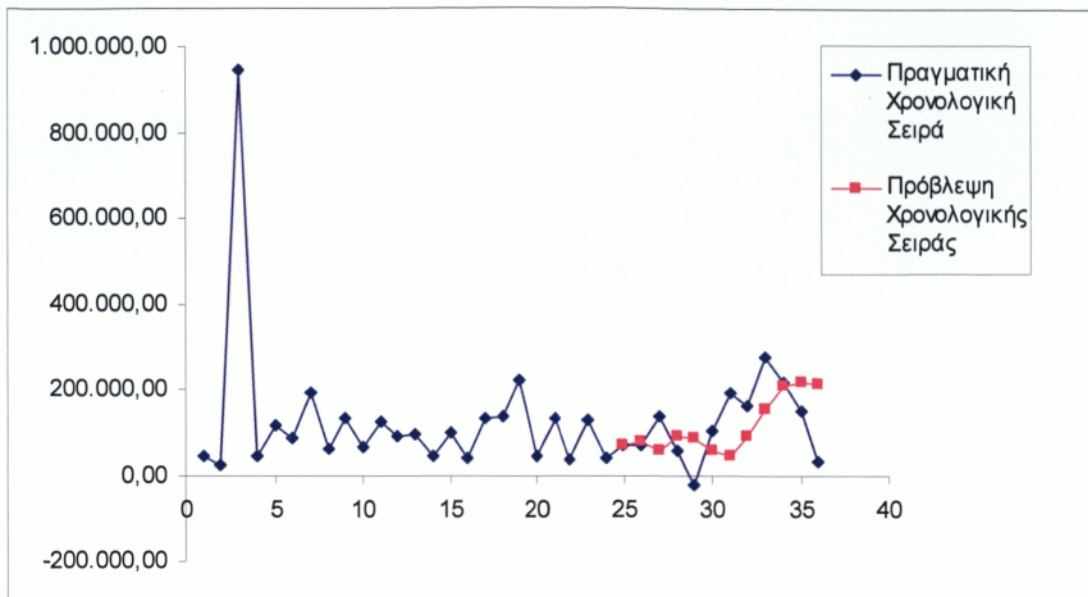
Οι υπολογισμοί της πρόβλεψης όπως και του σφάλματος για έναν επόμενο μήνα φαίνονται στον Πίνακα 8. Από τα μέτρα υπολογισμού που παρουσιάσαμε στην ενότητα 3.5 θα χρησιμοποιήσουμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) και τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE). Ο υπολογισμός τους είναι απλώς. Πρώτα υπολογίζουμε τις αποκλίσεις $(y_i - \bar{y}_i)$ σε όλες τις παρατηρήσεις μας. Έπειτα θα υψώσουμε στο τετράγωνο τις αποκλίσεις και το άθροισμα των τετραγώνων θα το διαιρέσουμε με το πλήθος των παρατηρήσεων που στην προκειμένη περίπτωση είναι $n=12$. Έτσι θα έχουμε υπολογίσει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Τέλος, θα πάρουμε την τετραγωνική ρίζα του MSE και έτσι θα υπολογίσουμε τη ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE). Στο παράδειγμά μας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) θα ισούται με 8.570.643.633,06 και η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) ισούται με 92.577,77.

Πίνακας 8. Οι προβλέψεις με τη μέθοδο των κινητών μέσων όρων τάξης 3 για ένα μήνα και ο υπολογισμός του σφάλματος

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Προβλεπόμενες τιμές για 1 μήνα	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64			
2	22.772,29			
3	946.052,66			
4	45.441,35			
5	115.133,16			
6	87.759,54			
7	191.616,36			
8	61.994,56			
9	132.945,90			
10	65.260,92			
11	124.201,54			
12	88.532,49			
13	94.161,02			
14	45.421,84			
15	97.517,78			
16	40.589,98			
17	133.275,68			
18	137.562,63			
19	222.198,07			
20	45.888,34			
21	134.074,90			
22	36.539,05			
23	128.406,73			
24	38.540,15			
25	68.916,98	67.829	1.088	1.184.477
26	67.748,69	78.609	-10.861	117.952.415
27	138.387,87	58.402	79.986	6.397.748.998
28	55.319,05	91.685	-36.365	1.322.446.681
29	-24.150,35	87.152	-111.302	12.388.184.177
30	103.016,26	56.519	46.497	2.162.009.137
31	191.551,44	44.728	146.823	21.557.028.567
32	160.254,01	90.139	70.115	4.916.099.202
33	275.407,06	151.607	123.800	15.326.397.908
34	218.764,72	209.071	9.694	93.971.503
35	148.234,19	218.142	-69.908	4.887.092.112
36	30.620,72	214.135	-183.515	33.677.608.413
37		132.540	MSE	8.570.643.632
			RMSE	92.578

Στο διάγραμμα 7 φαίνεται η γραφική παράσταση των προβλέψεων του πίνακα 8.

Διάγραμμα 7. Προβλεπόμενη και πραγματική σειρά με χρήση κινητών μέσων όρων



3.6.2 Μοντέλο πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης

Μια άλλη δομή εξομάλυνσης της αρχικής χρονολογικής σειράς είναι η εκθετική εξομάλυνση η οποία δίνει περισσότερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Αυτό γίνεται ως εξής: η εκθετικά εξομαλυμένη τιμή στο χρονικό διάστημα t συμβολίζεται από το S_t και η διαδικασία της εξομάλυνσης αρχίζει με την αντικατάσταση $S_1=Y_1$ στην πρώτη περίοδο. Για την δεύτερη χρονική περίοδο έχουμε : $S_2=\alpha Y_2+(1-\alpha)S_1$ και ούτω καθ' εξής, όπου α σταθερά. Γενικά, για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα t , η εξομαλυμένη αξία S_t βρίσκεται με τον υπολογισμό :

$$S_t = \alpha Y_t + (1-\alpha) S_{t-1} \quad 0 < \alpha < 1$$

Αυτή η εξίσωση καλείται *βασική εξίσωση της εκθετικής εξομάλυνσης* και η σταθερά α καλείται σταθερά της εξομάλυνσης.

Η εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως εξής επίσης :

$$S_t = a \sum_{i=0}^{t-1} (1-a)^i y_{t-i} + (1-a)^{t-1} y_t$$

Το σημαντικότερο πρόβλημα κατά την εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης είναι να βρεθεί η καλύτερη σταθερά εξομάλυνσης a για ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων. Δυστυχώς δεν υπάρχει ένας απλός τύπος για την εύρεση μιας τέτοιας τιμής του a . Αντ' αυτού συνήθως χρησιμοποιούμε έναν υπολογιστή για την αναζήτηση μερικών καλών τιμών του a με δοκιμές. Γενικά, όσο περισσότερο "θορυβώδης" ή ασταθής είναι μια χρονολογική σειρά, τόσο μικρότερη πρέπει να είναι η αξία του a . Διαφορετικά, ένα μεγάλο a θα δώσει πάρα πολύ βάρος στην πιο πρόσφατη "θορυβώδη" μέτρηση Y_t . Ομοίως, όταν η σειρά είναι σταθερότερη χρησιμοποιούνται οι μεγαλύτερες τιμές του a .

Θα προβλέψουμε τις νέες τιμές στο παράδειγμά μας με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης χρησιμοποιώντας το συντελεστή εξομάλυνσης $a=0,3$. Οι υπολογισμοί μας παρουσιάζονται αναλυτικά στον πίνακα 9 μαζί με τις προβλέψεις.

Ο γενικός τύπος που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ο εξής :

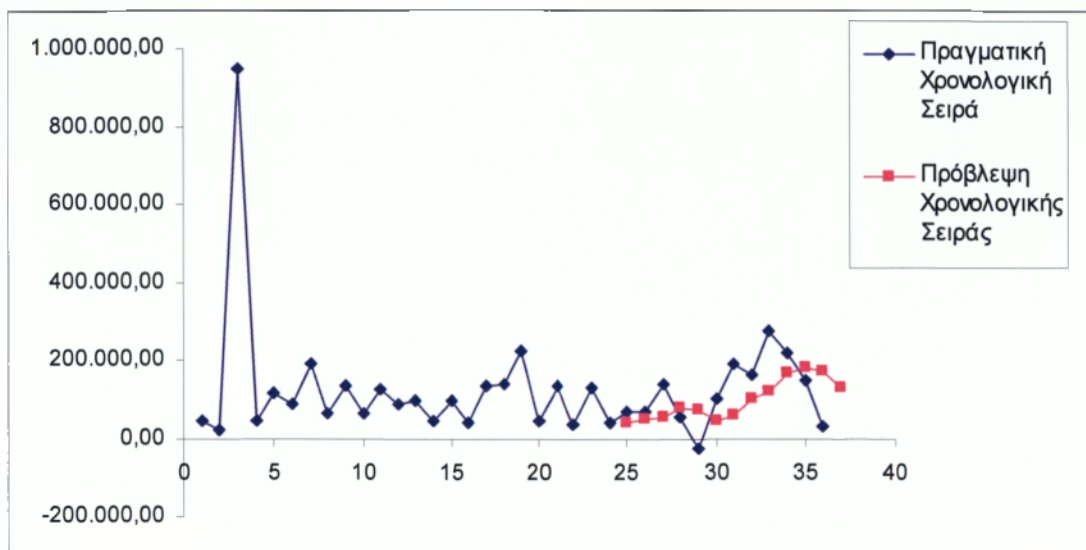
$$S_t = 0.3 y_t + (1-0.3)S_{t-1}.$$

Η πρόβλεψη μας για τον 25^ο μήνα ξεκινά από την προηγούμενη περίοδο, οπότε θα θέσουμε $S_1 = y_{24} = 38540,15$ που είναι η πρόβλεψη για τον Ιανουάριο του 2007. Για τον επόμενο μήνα θα έχουμε: $S_2 = 0.3y_{25} + 0.7S_1 = 0.3 \times 68916,98 + 0.7 \times 38540,15 = 47653$. Κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε και το $S_3 = 0.3 \times y_3 + 0.7 \times S_2$. Συνεχίζοντας τον υπολογισμό για όλες τις παρατηρήσεις έχουμε τον πίνακα 9 και τη γραφική παράσταση στο διάγραμμα 8.

Πίνακας 9. Τα προβλεπόμενα έσοδα με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και ο υπολογισμός του σφάλματος για $\alpha=0,3$

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Εξομαλυμένη Τιμή	Προβλεπόμενες Τιμές \hat{y}_t	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64				
2	22.772,29				
3	946.052,66				
4	45.441,35				
5	115.133,16				
6	87.759,54				
7	191.616,36				
8	61.994,56				
9	132.945,90				
10	65.260,92				
11	124.201,54				
12	88.532,49				
13	94.161,02				
14	45.421,84				
15	97.517,78				
16	40.589,98				
17	133.275,68				
18	137.562,63				
19	222.198,07				
20	45.888,34				
21	134.074,90				
22	36.539,05				
23	128.406,73				
24	38.540,15	38.540			
25	68.916,98	47.653	38.540	30.377	922.751.801
26	67.748,69	53.682	47.653	20.095	403.828.759
27	138.387,87	79.094	53.682	84.706	7.175.110.451
28	55.319,05	71.961	79.094	-23.775	565.231.767
29	-24.150,35	43.128	71.961	-96.112	9.237.443.958
30	103.016,26	61.094	43.128	59.888	3.586.629.357
31	191.551,44	100.231	61.094	130.457	17.019.058.079
32	160.254,01	118.238	100.231	60.023	3.602.706.319
33	275.407,06	165.389	118.238	157.169	24.702.042.348
34	218.764,72	181.402	165.389	53.376	2.848.980.694
35	148.234,19	171.451	181.402	-33.167	1.100.079.036
36	30.620,72	129.202	171.451	-140.831	19.833.279.746
37			129.202	MSE	7.583.095.193
				RMSE	87.081

Διάγραμμα 8. Προβλεπόμενη και πραγματική χρονολογική σειρά με την μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης για $\alpha=0,3$



Το σφάλμα της πρόβλεψης υπολογίζεται με τον τρόπο που είδαμε στον Πίνακα 9. Στο παράδειγμά μας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) θα ισούται με 7.583.095.193 και η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) ισούται με 87.081.

Το μειονέκτημα για τη χρησιμοποίηση της πρόβλεψης με εκθετική εξομάλυνση είναι ότι η πρόβλεψη είναι ακριβής μόνο για την επόμενη χρονική διάρκεια, δηλαδή εδώ μπορεί να προβλέψει μόνο τον επόμενο μήνα. Αν προσπαθήσουμε να προβλέψουμε τους επόμενους δυο ή και τρεις μήνες, τότε η μέθοδος γίνεται όλο και περισσότερο ανακριβής.

Τέλος δίνουμε τις προβλέψεις εσόδων για $\alpha=0.2$, $\alpha=0.5$, $\alpha=0.7$, $\alpha=0.8$ στους πίνακες 9 α έως 9 δ.

Πίνακας 9.α Προβλεπόμενα έσοδα με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και ο υπολογισμός του σφάλματος για $\alpha=0,2$

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Εξομαλυμένη Τιμή $\alpha=0,2$	Προβλεπόμενες Τιμές \hat{y}_t	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64				
2	22.772,29				
3	946.052,66				
4	45.441,35				
5	115.133,16				
6	87.759,54				
7	191.616,36				
8	61.994,56				
9	132.945,90				
10	65.260,92				
11	124.201,54				
12	88.532,49				
13	94.161,02				
14	45.421,84				
15	97.517,78				
16	40.589,98				
17	133.275,68				
18	137.562,63				
19	222.198,07				
20	45.888,34				
21	134.074,90				
22	36.539,05				
23	128.406,73				
24	38.540,15	38.540			
25	68.916,98	44.615,52	38.540	30.376,83	922.751.800,85
26	67.748,69	49.242,15	44.615,52	23.133,17	535.143.739,31
27	138.387,87	67.071,29	49.242,15	89.145,72	7.946.959.251,69
28	55.319,05	64.720,85	67.071,29	-11.752,24	138.115.254,08
29	-24.150,35	46.946,61	64.720,85	-88.871,20	7.898.089.427,28
30	103.016,26	58.160,54	46.946,61	56.069,65	3.143.806.035,81
31	191.551,44	84.838,72	58.160,54	133.390,90	17.793.132.934,94
32	160.254,01	99.921,78	84.838,72	75.415,29	5.687.466.296,93
33	275.407,06	135.018,83	99.921,78	175.485,28	30.795.084.815,05
34	218.764,72	151.768,01	135.018,83	83.745,89	7.013.373.590,27
35	148.234,19	151.061,25	151.768,01	-3.533,82	12.487.886,59
36	30.620,72	126.973,14	151.061,25	-120.440,53	14.505.920.379,45
37			126.973,14	MSE	8.032.694.284,35
				RMSE	89.625,30

Πίνακας 9.β Προβλεπόμενα έσοδα με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και ο υπολογισμός του σφάλματος για $\alpha=0,5$

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Εξομαλυμένη Τιμή $\alpha=0,5$	Προβλεπόμενες Τιμές \hat{y}_t	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64				
2	22.772,29				
3	946.052,66				
4	45.441,35				
5	115.133,16				
6	87.759,54				
7	191.616,36				
8	61.994,56				
9	132.945,90				
10	65.260,92				
11	124.201,54				
12	88.532,49				
13	94.161,02				
14	45.421,84				
15	97.517,78				
16	40.589,98				
17	133.275,68				
18	137.562,63				
19	222.198,07				
20	45.888,34				
21	134.074,90				
22	36.539,05				
23	128.406,73				
24	38.540,15	38.540			
25	68.916,98	53.728,57	38.540	30.376,83	922.751.800,85
26	67.748,69	60.738,63	53.728,57	14.020,13	196.563.905,02
27	138.387,87	99.563,25	60.738,63	77.649,24	6.029.404.860,82
28	55.319,05	77.441,15	99.563,25	-44.244,20	1.957.549.123,03
29	-24.150,35	26.645,40	77.441,15	-101.591,50	10.320.832.745,26
30	103.016,26	64.830,83	26.645,40	76.370,86	5.832.508.304,87
31	191.551,44	128.191,13	64.830,83	126.720,61	16.058.113.038,37
32	160.254,01	144.222,57	128.191,13	32.062,88	1.028.027.958,28
33	275.407,06	209.814,82	144.222,57	131.184,49	17.209.369.770,89
34	218.764,72	214.289,77	209.814,82	8.949,90	80.100.777,48
35	148.234,19	181.261,98	214.289,77	-66.055,58	4.363.339.400,14
36	30.620,72	105.941,35	181.261,98	-150.641,26	22.692.788.930,46
37			105.941,35	MSE	7.224.279.217,96
				RMSE	84.995,76

Πίνακας 9.γ Προβλεπόμενα έσοδα με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και ο υπολογισμός του σφάλματος για $\alpha=0,7$

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Εξομαλυμένη Τιμή $\alpha=0,7$	Προβλεπόμενες Τιμές \hat{y}_t	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64				
2	22.772,29				
3	946.052,66				
4	45.441,35				
5	115.133,16				
6	87.759,54				
7	191.616,36				
8	61.994,56				
9	132.945,90				
10	65.260,92				
11	124.201,54				
12	88.532,49				
13	94.161,02				
14	45.421,84				
15	97.517,78				
16	40.589,98				
17	133.275,68				
18	137.562,63				
19	222.198,07				
20	45.888,34				
21	134.074,90				
22	36.539,05				
23	128.406,73				
24	38.540,15	38.540			
25	68.916,98	59.803,93	38.540	30.376,83	922.751.800,85
26	67.748,69	65.365,26	59.803,93	7.944,76	63.119.195,57
27	138.387,87	116.481,09	65.365,26	73.022,61	5.332.301.235,31
28	55.319,05	73.667,66	116.481,09	-61.162,04	3.740.794.854,39
29	-24.150,35	5.195,05	73.667,66	-97.818,01	9.568.363.336,06
30	103.016,26	73.669,90	5.195,05	97.821,21	9.568.988.462,23
31	191.551,44	156.186,98	73.669,90	117.881,54	13.896.057.940,14
32	160.254,01	159.033,90	156.186,98	4.067,03	16.540.754,13
33	275.407,06	240.495,11	159.033,90	116.373,16	13.542.712.316,81
34	218.764,72	225.283,84	240.495,11	-21.730,39	472.209.939,36
35	148.234,19	171.349,08	225.283,84	-77.049,65	5.936.648.198,36
36	30.620,72	72.839,23	171.349,08	-140.728,36	19.804.472.514,61
37			72.839,23	MSE	6.905.413.378,98
				RMSE	83.098,82

Πίνακας 9.5 Προβλεπόμενα έσοδα με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης και ο υπολογισμός του σφάλματος για $\alpha=0,8$

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Εξομαλυμένη Τιμή $\alpha=0,8$	Προβλεπόμενες Τιμές \hat{y}_t	Απόκλιση $y_t - \hat{y}_t$	Το τετράγωνο της Απόκλισης ($y_t - \hat{y}_t$) ²
1	44.288,64				
2	22.772,29				
3	946.052,66				
4	45.441,35				
5	115.133,16				
6	87.759,54				
7	191.616,36				
8	61.994,56				
9	132.945,90				
10	65.260,92				
11	124.201,54				
12	88.532,49				
13	94.161,02				
14	45.421,84				
15	97.517,78				
16	40.589,98				
17	133.275,68				
18	137.562,63				
19	222.198,07				
20	45.888,34				
21	134.074,90				
22	36.539,05				
23	128.406,73				
24	38.540,15	38.540			
25	68.916,98	62.841,61	38.540	30.376,83	922.751.800,85
26	67.748,69	66.767,27	62.841,61	4.907,08	24.079.394,87
27	138.387,87	124.063,75	66.767,27	71.620,60	5.129.509.656,80
28	55.319,05	69.067,99	124.063,75	-68.744,70	4.725.833.910,08
29	-24.150,35	-5.506,68	69.067,99	-93.218,34	8.689.658.948,15
30	103.016,26	81.311,67	-5.506,68	108.522,94	11.777.228.932,00
31	191.551,44	169.503,49	81.311,67	110.239,77	12.152.806.535,19
32	160.254,01	162.103,91	169.503,49	-9.249,48	85.552.812,22
33	275.407,06	252.746,43	162.103,91	113.303,15	12.837.604.873,06
34	218.764,72	225.561,06	252.746,43	-33.981,71	1.154.756.550,15
35	148.234,19	163.699,56	225.561,06	-77.326,87	5.979.445.104,01
36	30.620,72	57.236,49	163.699,56	-133.078,84	17.709.978.816,76
37			57.236,49	MSE	6.765.767.277,85
				RMSE	82.254,28

3.6.3 Μοντέλο πρόβλεψης με χρήση γραμμικής παλινδρόμησης

Τα μοντέλα παλινδρόμησης μπορούν να είναι πολύ χρήσιμα στην πρόβλεψη. Μερικές φορές η γραμμική παλινδρόμηση χρησιμοποιείται για να αναπτύξει ένα μοντέλο της μακροπρόθεσμης γραμμικής τάσης. Για τα στοιχεία του Πίνακα 1, τα οποία αντιπροσωπεύουν τα έσοδα για το 2005-2007, η γραμμή τάσης των ελαχίστων τετραγώνων για αυτά τα στοιχεία είναι :

$$Y_t = 157739,3 - 1748,3 t$$

Μια πρόβλεψη για τα έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. μπορεί να ληφθεί με την επέκταση της γραμμής τάσης. Η πρόβλεψη για τον Ιανουάριο του 2007 επιτυγχάνεται με την αντικατάσταση $t=25$ στην εξίσωση η οποία γίνεται :

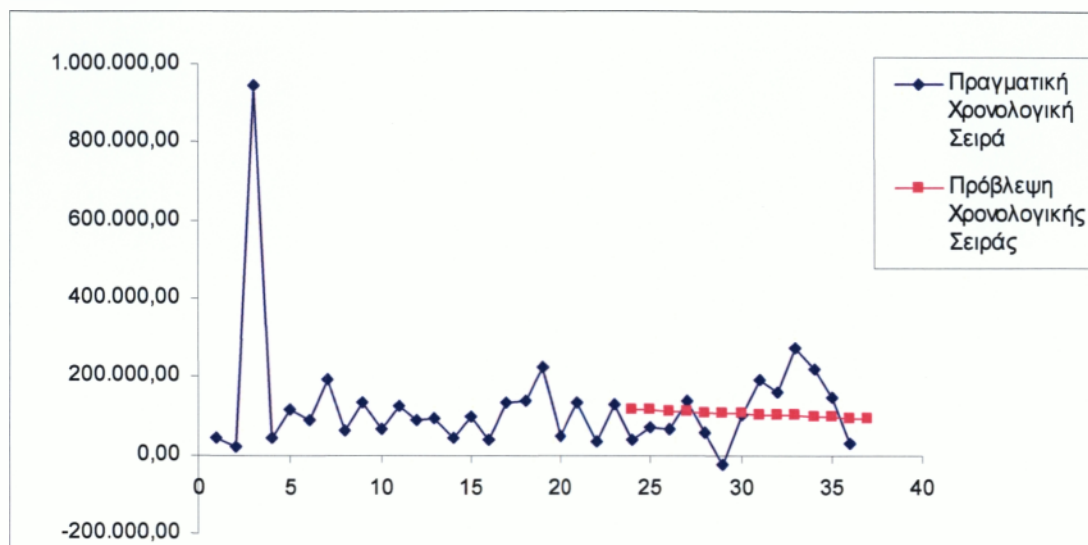
$$Y_t = 157739,3 - 1748,3 * (25) = 114.031,8$$

Με τον ίδιο τρόπο θα υπολογίσουμε τις προβλέψεις μέχρι για $t=36$ και θα έχουμε τον πίνακα 10, ο οποίος εμφανίζει τις προβλέψεις της γραμμικής παλινδρόμησης. Στο διάγραμμα 9 φαίνεται η γραφική παράσταση των δεδομένων του Πίνακα 10.

Πίνακας 10. Προβλέψεις με τη γραμμική παλινδρόμηση

Χρόνος t	Παρατηρήσεις y	Προβλεπόμενες Τιμές $\hat{y}_t=157739,3-1748,3$	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	44.288,64			
2	22.772,29			
3	946.052,66			
4	45.441,35			
5	115.133,16			
6	87.759,54			
7	191.616,36			
8	61.994,56			
9	132.945,90			
10	65.260,92			
11	124.201,54			
12	88.532,49			
13	94.161,02			
14	45.421,84			
15	97.517,78			
16	40.589,98			
17	133.275,68			
18	137.562,63			
19	222.198,07			
20	45.888,34			
21	134.074,90			
22	36.539,05			
23	128.406,73			
24	38.540,15	115.780	-77.240	5.966.009.876
25	68.916,98	114.032	-45.115	2.035.346.984
26	67.748,69	112.284	-44.535	1.983.349.302
27	138.387,87	110.535	27.853	775.771.226
28	55.319,05	108.787	-53.468	2.858.810.984
29	-24.150,35	107.039	-131.189	17.210.540.602
30	103.016,26	105.290	-2.274	5.171.258
31	191.551,44	103.542	88.009	7.745.661.529
32	160.254,01	101.794	58.460	3.417.607.845
33	275.407,06	100.045	175.362	30.751.711.798
34	218.764,72	98.297	120.468	14.512.447.468
35	148.234,19	96.549	51.685	2.671.379.539
36	30.620,72	94.801	-64.180	4.119.044.161
37		93.052		
			MSE	7.234.834.813
			RMSE	85.058

Διάγραμμα 9. Προβλεπόμενη και πραγματική χρονολογική σειρά με γραμμική παλινδρόμηση



Το σφάλμα της πρόβλεψης υπολογίζεται κατά τα γνωστά. Στο παράδειγμά μας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) θα ισούται με 7.234.834.813 και η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) ισούται με 85.058.

Τελειώνοντας, θα αναφέρουμε τους παράγοντες που καθιστούν την πρόβλεψη περισσότερο τέχνη παρά επιστήμη.

1. Σε κάθε περίπτωση πρόβλεψης το ποιο μοντέλο θα χρησιμοποιηθεί είναι γενικά θέμα κρίσης όπως θέμα κρίσης είναι το σύνολο προηγούμενων δεδομένων που χρησιμοποιούμε ή η περίοδος πρόβλεψης. Συχνά χρησιμοποιώντας διαφορετικά σύνολα προηγούμενων δεδομένων θα οδηγηθούμε σε διαφορετικά μοντέλα πρόβλεψης και κάποιος θα πρέπει να αποφασίσει πόσα προηγούμενα δεδομένα θα χρησιμοποιήσει.
2. Για πολλά μοντέλα πρόβλεψης δεν υπάρχει τρόπος να εκτιμηθεί κατά πόσο το μοντέλο που βρίσκεται υπό ανάπτυξη είναι το βέλτιστο. Συχνά ο καθορισμός του μοντέλου εμπεριέχει προσπάθεια, πείραμα και σφάλμα με λίγη τύχη μέσα σ' αυτό.
3. Αν τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε είναι μοντέλα παλινδρόμησης, εμείς υποθέτουμε ότι δεν παραβιάζονται οι υποθέσεις της απλής παλινδρόμησης ή σύνθετης αλλά στα δεδομένα που παίρνουμε απ'

την πραγματική ζωή κατά κανόνα υπάρχει παραβίαση αυτών των υποθέσεων. Ειδικότερα, κανένας δεν μας εγγυάται ότι η (στατιστική) διακύμανση των παρατηρήσεων σε δεδομένα από χρονολογικές σειρές θα είναι κανονική. Τέλος, ένα μοντέλο παλινδρόμησης είναι έγκυρο μόνο σ' ένα εύρος τιμών που περιέχονται στα δεδομένα που δόθηκαν ενώ οι χρονολογικές σειρές και οι προβλέψεις επεκτείνονται πέραν της περιοχής αυτής²⁸.

²⁸Groebner D. F., Shannon P.W., *Business Statistics, A Decision - making Approach*, Merrill Publishing Company, 3rd edition Columbus, Ohio, 1989, σελ. 834-835.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

Εφαρμογές με υπολογιστή

4.1 Υπολογισμοί των χρονολογικών σειρών μέσω του προγράμματος EXCEL

Σε αυτό το κεφάλαιο θα δώσουμε τους τύπους και τις συναρτήσεις του Excel με βάση τους οποίους έγιναν οι υπολογισμοί του δεύτερου κεφαλαίου. Αν και οι περισσότερες μέθοδοι και υπολογισμοί υπάρχουν σε ειδικά υποπρογράμματα του Excel η χρησιμοποίησή τους μπορεί να είναι δύσκολη για κάποιον που δεν έχει τις απαραίτητες εξειδικευμένες γνώσεις. Για το λόγο αυτό σε όλα τα παραδείγματα που θα δώσουμε παρακάτω οι υπολογισμοί θα γίνονται με την χρησιμοποίηση των τύπων και των συναρτήσεων του Excel.

Με βάση το παράδειγμα του Πίνακα 1 οι παρατηρήσεις έχουν την εξής εικόνα στο Excel που μας δίνει ο Πίνακας 4.1:

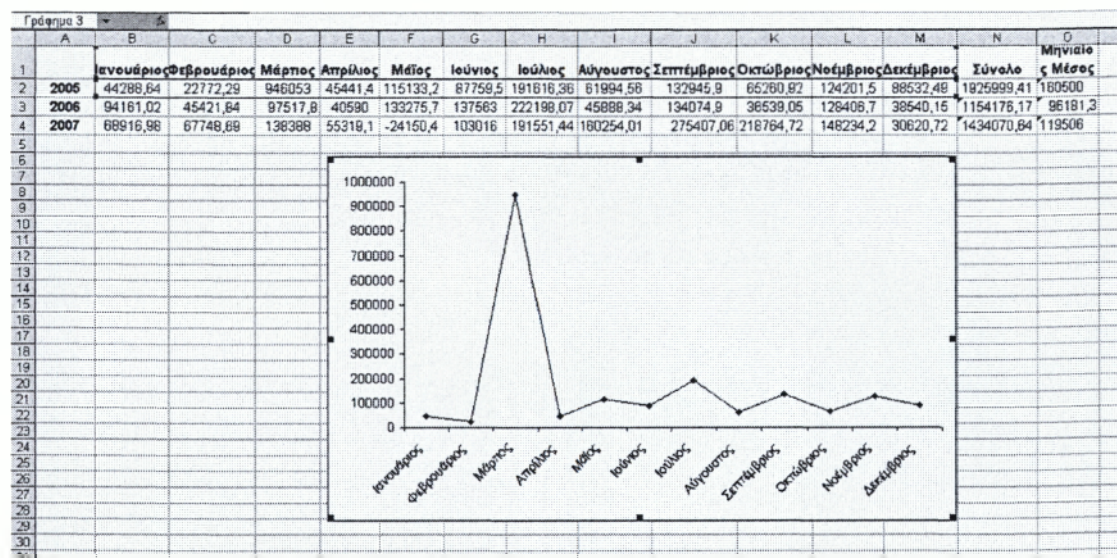
Πίνακας 4.1. Απεικόνιση των παρατηρήσεων στο Excel

ΕΤΗ	2005	2006	2007
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	44.288,64	94.161,62	68.916,98
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	22.772,29	45.421,84	67.748,69
ΜΑΡΤΙΟΣ	946.052,66	97.517,78	138.387,87
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	45.441,35	48.589,98	55.319,85
ΜΑΙΟΣ	115.133,16	133.275,68	24.150,31
ΙΟΥΝΙΟΣ	87.759,54	137.562,63	103.816,28
ΙΟΥΛΙΟΣ	191.616,36	222.198,87	191.551,44
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	61.994,56	45.888,34	168.254,01
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	132.345,90	134.074,90	275.407,86
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	65.260,92	36.579,05	248.764,72
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	124.281,54	128.486,73	148.234,19
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	88.532,49	38.540,15	30.628,72
ΣΥΝΟΛΑ	1.925.999,41	1.154.176,47	1.434.878,64
ΜΗΝΙΑΙΟΣ ΜΕΣΟΣ	160.499,95	96.181,35	119.505,88

Στην περιοχή B3:D14 του φύλλου έχουν καταχωρηθεί τα δεδομένα. Στη γραμμή 17 έχει υπολογιστεί το άθροισμα των παρατηρήσεων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο διαφορετικούς τρόπους, ο πιο απλός είναι να επιλέξουμε το κελί B17 πατώντας μετά το κουμπί της αυτόματης άθροισης. Σύροντας τον κέρσορα στην περιοχή B17: D17, αυτόματα υπολογίζονται τα αθροίσματα.

Για να παρουσιάσουμε τα στοιχεία μας σε διάγραμμα στον πίνακα 4.2 επιλέγουμε την περιοχή από το B2:O4. Μετά πάμε στον *Οδηγό Γραφημάτων* και συμπληρώνουμε κατόπιν το παράθυρο του διαλόγου που θα μας ανοίξει.

Πίνακας 4.2. Η γραφική παράσταση στο Excel



4.2 Υπολογισμοί για τους κινητούς μέσους όρους

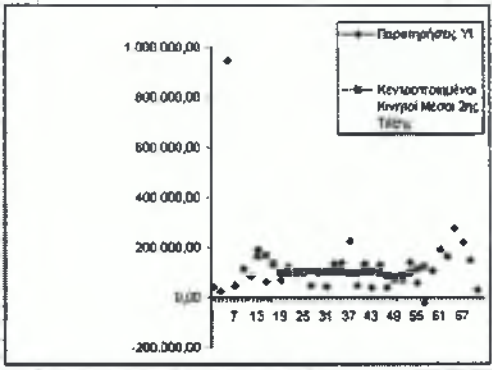
Στην περιοχή A2:B72 του φύλου του Πίνακα 4.3 έχουν καταχωρηθεί τα δεδομένα. Στη στήλη C υπολογίζουμε τους Κινητούς Μέσους Όρους που μπορούν να υπολογιστούν με διάφορους τρόπους: 1) με τη συνάρτηση MOVEAVR με την οποία παρέχονται αμέσως οι κινητοί μέσοι. Η συνάρτηση αυτή μπορεί να κληθεί από την επιλογή *Ανάλυση Δεδομένων* του μενού *Εργαλεία* με την ενεργοποίηση της λειτουργίας *Κυλιόμενοι Μέσοι*²⁹. Κάνοντας κλικ σε σχετικό κουμπί η MOVEAVR εκτελεί και τη γραφική απεικόνιση των παρατηρήσεων και των κινητών μέσων 2) πηγαίνοντας στο κελί C13 εισάγουμε πρώτα το ίσον (=) και κατόπιν μέσα σε παρένθεση γράφουμε τη σχέση $(B2+B4+B6+B8+B10+B12+B14+B16+B18+B20+B22+B24)/12$ και σύροντας προς τα κάτω υπολογίζουμε αυτόματα όλους τους κινητούς μέσους, τέλος 3) με τη συνάρτηση AVERAGE η οποία δίνει το μέσο όρο από μια περιοχή έως μια άλλη.

²⁹ Παπαδήμας Ο., Κοΐλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 383.

Πίνακας 4.3. Υπολογισμός των κινητών μέσω όρων στο Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Χρόνος t	Παρατηρήσεις Y _t	Κινητοί Μέσοι 12ης Τάξης	Κεντροποιημένοι Κινητοί Μέσοι 2ης Τάξης				
2	1	44.288,64						
3	2	22.772,28						
4	3	948.852,68						
5	4	45.441,36						
6	5	115.133,18						
7	6	87.758,54						
8	7	181.618,38	160.498,95	182.537,97				
9	8	61.994,58	164.655,98	185.988,71				
10	9	132.945,90	168.543,45	131.187,83				
11	10	85.280,92	95.832,21	95.630,06				
12	11	124.201,54	95.427,92	96.183,86				
13	12	88.532,48	98.838,80	99.014,93				
14	13	94.181,02	101.090,08	102.384,30				
15	14	45.421,84	103.638,53	102.987,44				
16	15	97.617,78	102.288,35	102.343,39				
17	16	48.689,98	102.390,43	101.183,89				
18	17	133.275,88	99.996,94	100.172,16				
19	18	137.582,63	100.347,38	98.284,26				
20	19	222.186,07	96.181,35	95.129,51				
21	20	45.888,34	84.077,88	85.007,96				
22	21	134.074,90	85.938,25	87.841,17				
23	22	36.539,05	86.344,09	88.857,80				
24	23	128.408,73	100.571,51	84.012,09				
25	24	38.540,15	87.452,66	88.013,24				
26	25	88.916,98	82.018,93	83.298,87				
27	26	87.748,88	81.550,40	88.785,18				
28	27	138.367,87	103.328,88	87.438,24				
29	28	95.318,05	118.513,55	110.820,81				
30	29	-24.190,36	120.165,84	118.338,70				
31	30	103.016,26	118.505,88					
32	31	181.551,44						
33	32	180.254,01						
34	33	275.407,06						
35	34	218.784,72						
36	35	148.234,18						
37	36	30.628,72						

	A	B	C	D	E	F	G	H
50	25	88.916,98	82.018,93	83.298,87				
51	26	87.748,88	81.550,40	88.785,18				
52	27	138.367,87	103.328,88	87.438,24				
53	28	95.318,05	118.513,55	110.820,81				
54	29	-24.190,36	120.165,84	118.338,70				
55	30	103.016,26	118.505,88					
56	31	181.551,44						
57	32	180.254,01						
58	33	275.407,06						
59	34	218.784,72						
60	35	148.234,18						
61	36	30.628,72						



4.3 Υπολογισμοί για τη γραμμικής παλινδρόμησης

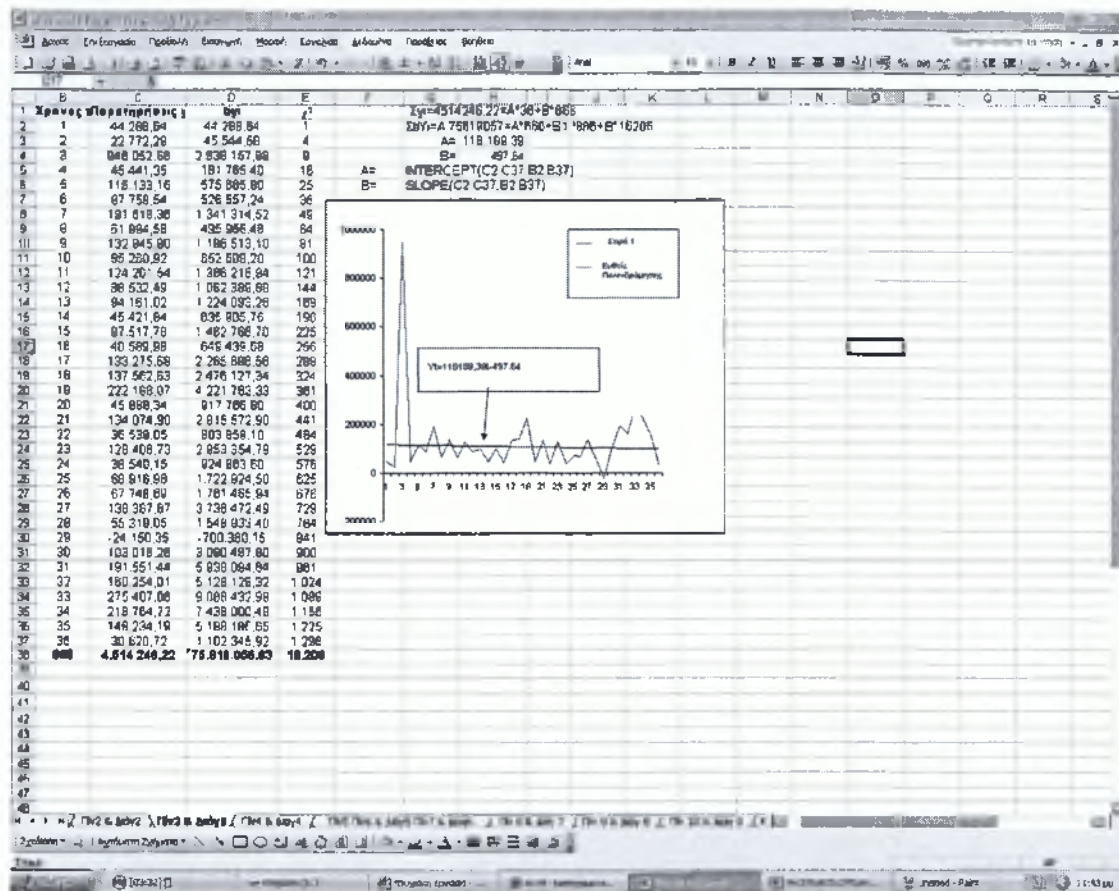
Τα δεδομένα βρίσκονται στην περιοχή από B2:C37 του πίνακα 4.4, ενώ στο B38 έως F38 έχουμε υπολογίσει τα αθροίσματα που θα μας χρειαστούν. Η άθροιση τους έχει γίνει με τη βοήθεια της *Αυτόματης Άθροισης*. Για τη στήλη D έχουμε πολλαπλασιάσει τη στήλη B και C, πιο συγκεκριμένα στο κελί D2 έχουμε εισάγει την εξής σχέση: = B2*C3 και μετά συμπληρώνουμε αυτόματα μέχρι το τέλος των παρατηρήσεων. Η στήλη E έχει υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας τη στήλη B με τον εαυτό της για να μπορέσουμε να πάρουμε το τετράγωνό της, έτσι στο κελί E2 εισάγουμε τη σχέση = B2*B2 και συμπληρώνουμε αυτόματα. Αφού έχουμε υπολογίσει όλα τα παραπάνω μπορούμε να προχωρήσουμε και να τα αντικαταστήσουμε στους τύπους της γραμμικής παλινδρόμησης και να βρούμε τους συντελεστές α και β.

Οι συντελεστές α και β υπολογίζονται επίσης και από συναρτήσεις του προγράμματος EXCEL. Στο κελί H3 έχουμε βάλει την συνάρτηση = INTERCEPT(C2:C37;B2:B37) και μας υπολογίζει αυτόματα το συντελεστή α. Για να υπολογίσουμε το συντελεστή β στο κελί H4 έχουμε την εξής συνάρτηση = SLOPE(C2:C37;B2:B37)³⁰. Αφού έχουμε βρει και τους δύο συντελεστές της ευθείας αντικαθιστούμε τα νούμερα στην ευθεία και παίρνουμε την τελική ευθεία παλινδρόμησης. Το διάγραμμα του σχήματος έχει δημιουργηθεί με τη βοήθεια του *Οδηγού Γραφημάτων*.

Για να φανεί στο διάγραμμα η γραμμή της παλινδρόμησης κάνουμε αριστερό κλικ στη χρονολογική σειρά και εκεί επιλέγουμε τη *Γραμμή Τάσης* οπότε εμφανίζεται αυτόματα. Για να εμφανίσουμε πάνω στο διάγραμμα την εξίσωση της ευθείας κάνουμε πάλι αριστερό κλικ πάνω στην ευθεία παλινδρόμησης, οπότε εμφανίζεται ένα παράθυρο διαλόγου όπου πατάμε *Μορφοποίηση Γραμμής Τάσης*. Πηγαίνουμε στις επιλογές όπου και μαρκάρουμε το σημείο που αναγράφει για την εμφάνιση της εξίσωσης στο γράφημα.

³⁰ Παπαδήμας Ο., Κοίλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελ. 288.

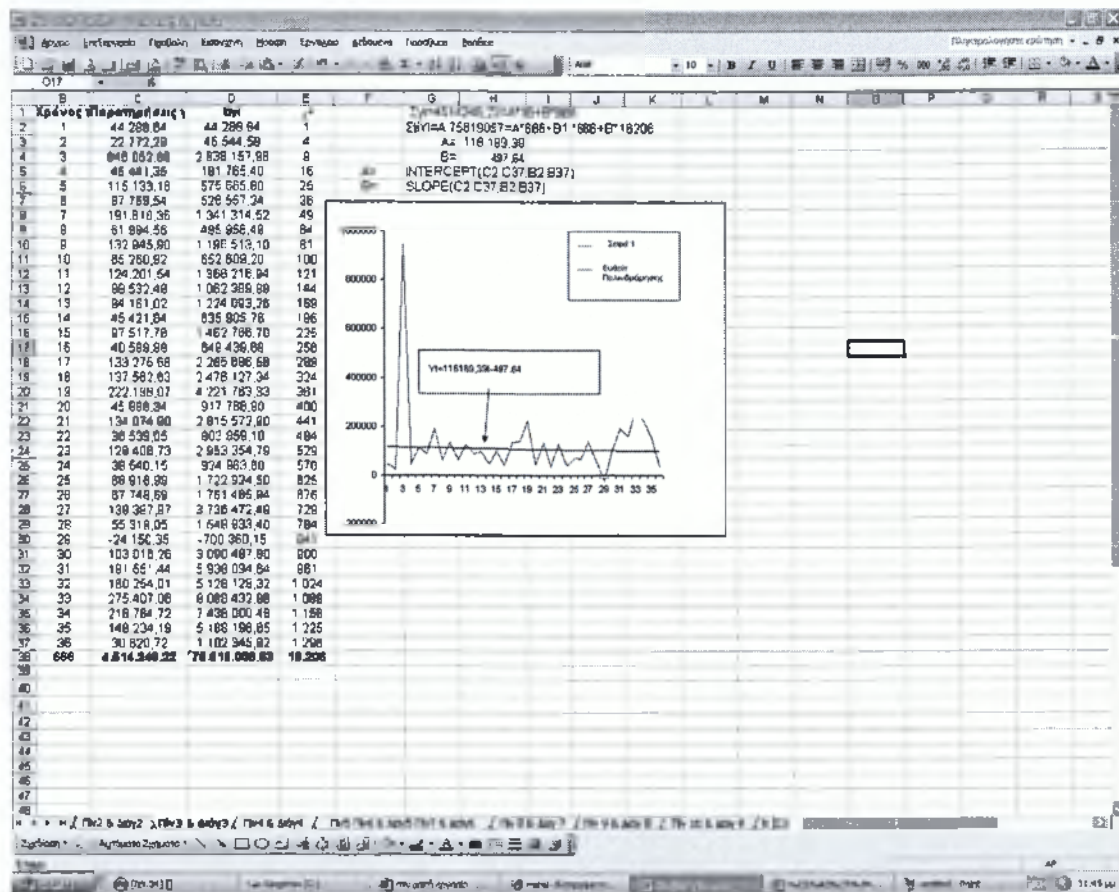
Πίνακας 4.4. Υπολογισμός των συντελεστών της γραμμικής παλινδρόμησης και δημιουργία της γραφικής παράστασης.



4.4 Υπολογισμός της κυκλικής συνιστώσας

Η τελική μορφή που θα έχει ο υπολογισμός της κυκλικής συνιστώσας από το EXCEL είναι αυτή που φαίνεται στον πίνακα 4.5

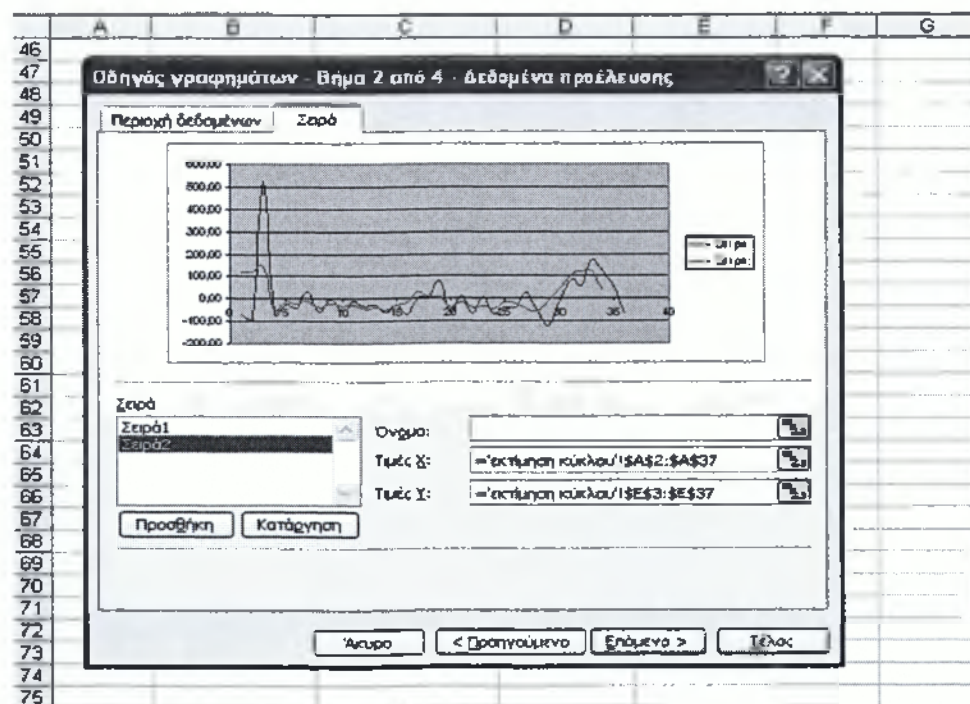
Πίνακας 4.5. Υπολογισμός της κυκλικής συνιστώσας και της γραφικής παράστασή της.



Για να υπολογιστεί η κυκλική συνιστώσα χρειάζεται να υπολογίσουμε την ευθεία παλινοδρόμησης, η οποία έχει υπολογιστεί προηγουμένα, άρα αυτό που μένει να κάνουμε είναι να πάμε στη στήλη C και στο κελί C2 να εισάγουμε τη σχέση $= 157739,3 - (1748,3 * A2)$ και με την αυτόματη συμπλήρωση να συμπληρώσουμε μέχρι κάτω. Στο δεύτερο στάδιο θα υπολογίσουμε την ποσοστιαία απόκλιση από την Τάση. Στη στήλη D, στο κελί D2 εισάγουμε την εξής σχέση $= ((B2-C2)/C2)*100$ και με αυτόματη συμπλήρωση υπολογίζουμε μέχρι το τέλος. Το τρίτο και τελευταίο βήμα που χρειάζεται για να υπολογίσουμε την κυκλική συνιστώσα είναι να αφαιρέσουμε την τυχαία συνιστώσα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί προσαρμόζοντας στις ποσοστιαίες αποκλίσεις έναν κινητό μέσο τριών όρων όπως φαίνεται στη στήλη E. Για να

υπολογιστεί ο κινητός μέσος τριών όρων στο κελί E3 θα εισάγουμε τη σχέση $= (D2+D3+D4)/3$ ³¹. Το διάγραμμα του σχήματος έχει δημιουργηθεί με τη βοήθεια του *Οδηγού Γραφημάτων*. Στο παράθυρο διαλόγου που θα μας ανοίξει επιλέγουμε *Διασπορά XY* και πατάμε *Επόμενο* αφού πρώτα έχουμε επιλέξει τα δεδομένα μας που είναι η στήλη B και αυτόματα εμφανίζεται στο γράφημα η Σειρά 1 που είναι η χρονολογική σειρά. Αφού θέλουμε να εμφανίσουμε και τη δεύτερη γραμμή η οποία είναι η κυκλική συνιστώσα, όταν είμαστε στον οδηγό και στο Βήμα 2 επιλέγουμε *Σειρά*, όπως δείχνει ο πίνακας 4.6. Μετά επιλέγουμε *Προσθήκη* και εισάγουμε και τη δεύτερη γραμμή. Κατόπιν ακολουθούμε ακριβώς τα βήματα του *Οδηγού Γραφήματος* και εμφανίζεται το γράφημα στη τελική μορφή που έχει στον πίνακα 4.5.

Πίνακας 4.6. Τα βήματα που ακολουθούμε για την εμφάνιση της κυκλικής συνιστώσας στο Excel



³¹ Χαλκιάς Ι. Γ., *Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*, Εκδόσεις Rosili, 2^η έκδοση, Αθήνα 2002, σελ. 374.

4.5 Υπολογισμός της εποχικότητας

Στον πίνακα 4.7 και στην περιοχή B2:M4 έχουν εισαχθεί τα δεδομένα. Έχουμε συμπληρώσει τον πίνακα αυτό με τη στήλη N, η οποία περιέχει τα αθροίσματα των παρατηρήσεων κατά τη γραμμή και τη στήλη O που περιέχει τους μηνιαίους μέσους (ο υπολογισμός τους είναι γνωστός από την ενότητα 4.2)

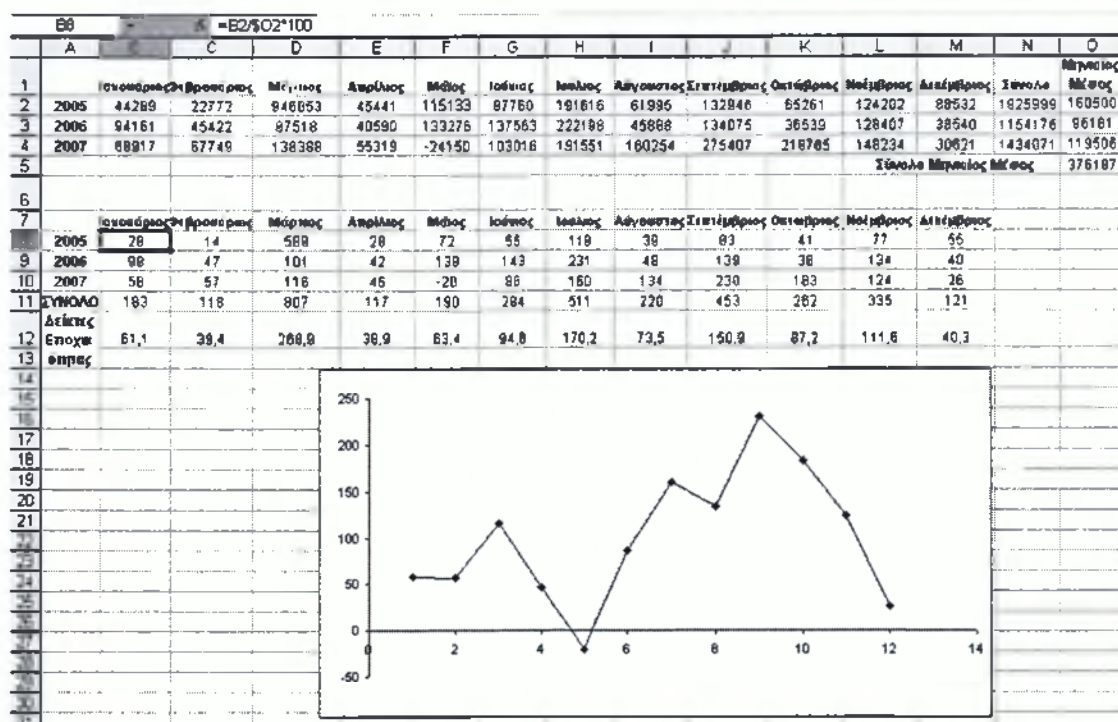
Πίνακας 4.7. Τα πρώτα βήματα υπολογισμού της εποχικότητας

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		Ιανουάριος	Φεβρουάριος	Μάρτιος	Απρίλιος	Μάιος	Ιούνιος	Ιούλιος	Αύγουστος	Σεπτέμβριος	Οκτώβριος	Νοέμβριος	Δεκέμβριος	Σύνολο	Μηνιαίο
2	2005	44268,84	22772,29	94805,3	45441,4	115133,2	87759,5	191818,38	81994,58	132845,9	85280,82	124201,5	89532,48	1925999,41	160500
3	2006	94161,02	45421,84	87617,8	40590	133275,7	137583	222199,07	45889,34	134074,9	36539,05	128406,7	38540,15	1154176,17	96181,3
4	2007	88916,98	87748,89	138388	55319,1	-24150,4	103016	191551,44	160254,01	275407,06	218764,72	148234,2	30820,72	1434070,64	119506
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															

Ο πίνακας 4.8 που υπολογίζουμε την εποχικότητα παράγεται ως εξής: θέτουμε στο κελί B8 τη σχέση $=B2/\$O2*100$. Η χρήση του χαρακτήρα δολαρίου γίνεται διότι κατά την αντιγραφή της σχέσης αυτής στα υπόλοιπα κελιά θέλουμε όλα τα στοιχεία της γραμμής να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό. Δηλαδή τα κελιά της γραμμής 8 παράγονται από τα κελιά της γραμμής 2 διαιρώντας πάντα με το O2, ενώ τα κελιά της γραμμής 9 παράγονται από τα κελιά της γραμμής 3 διαιρώντας με το O3 και τέλος τα κελιά της γραμμής 10 παράγονται από τα κελιά της γραμμής 4 διαιρώντας με το O4. Στη γραμμή 11 υπολογίζουμε τα αθροίσματα κατά στήλη και στη γραμμή 12 βρίσκουμε τους δείκτες εποχικότητας διαιρώντας τα προηγούμενα αθροίσματα δια 3. Το Γράφημα έχει δημιουργηθεί από τον Οδηγό Γραφημάτων, πρώτα όμως

έχουμε μαρκάρει της παρατηρήσεις εκείνες που είναι οι Δείκτες της Εποχικότητας, μετά διαλέγουμε το *Διάγραμμα Διασποράς ΧΥ* και συμπληρώνουμε κατόπιν το παράθυρο διαλόγου που θα μας ανοίξει.

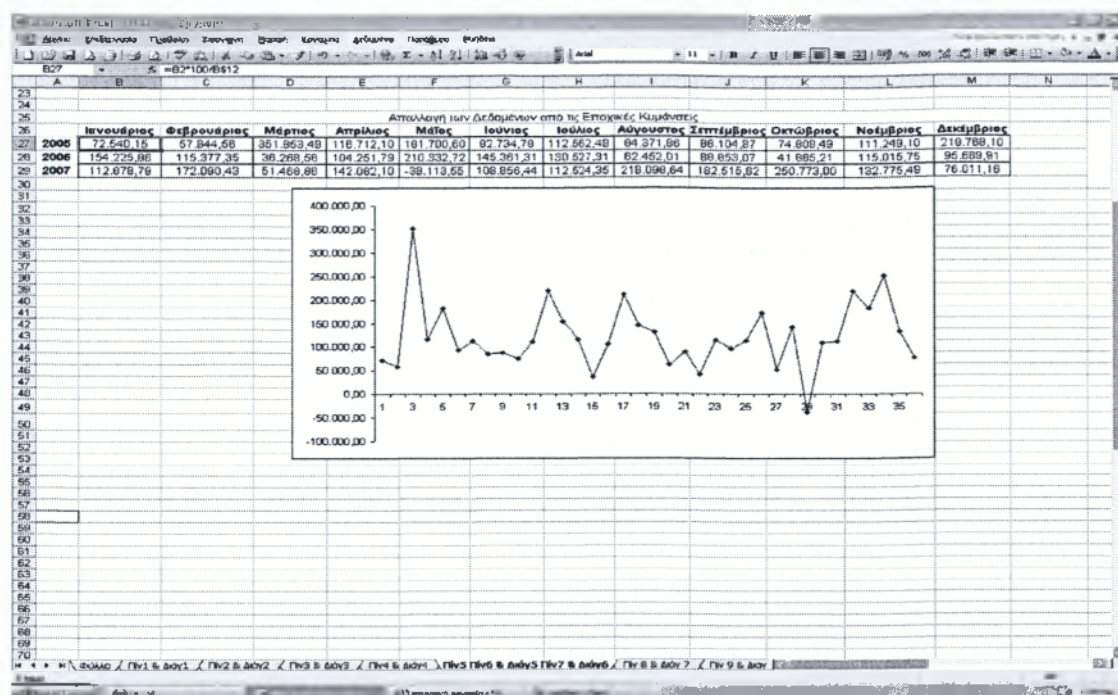
Πίνακας 4.8. Ο υπολογισμός των δεικτών εποχικότητας και η γραφική τους απεικόνιση



Στον πίνακα 4.9 μεταβάλλουμε τα αρχικά δεδομένα έτσι ώστε να είναι απαλλαγμένα από τις εποχικές διακυμάνσεις. Για να επιτευχθεί αυτό εισάγουμε στο κελί B27 τη σχέση $= B2*100/B\$12$ την οποία και αντιγράφουμε στα υπόλοιπα κελιά. Η χρήση του χαρακτήρα του δολαρίου γίνεται εδώ γιατί χρειάζεται όλα τα στοιχεία της στήλης B να διαιρεθούν με το B12 και όλα τα στοιχεία της στήλης C να διαιρούνται με το C12. Το Γράφημα έχει δημιουργηθεί από τον *Οδηγό Γραφημάτων* πρώτα όμως έχουμε μαρκάρει της παρατηρήσεις εκείνες που έχουν απαλλαγή από την εποχικότητα, μετά διαλέγουμε το *Διάγραμμα Διασποράς ΧΥ*, ακολουθούμε τα βήματα και όταν

φτάσουμε στο τέλος κάνουμε δεξί κλικ πάνω στη γραμμή και ζητάμε να εμφανιστεί η τάση³².

Πίνακας 4.9. Απαλλαγή των δεδομένων από τις εποχικές διακυμάνσεις και η γραφική τους απεικόνιση



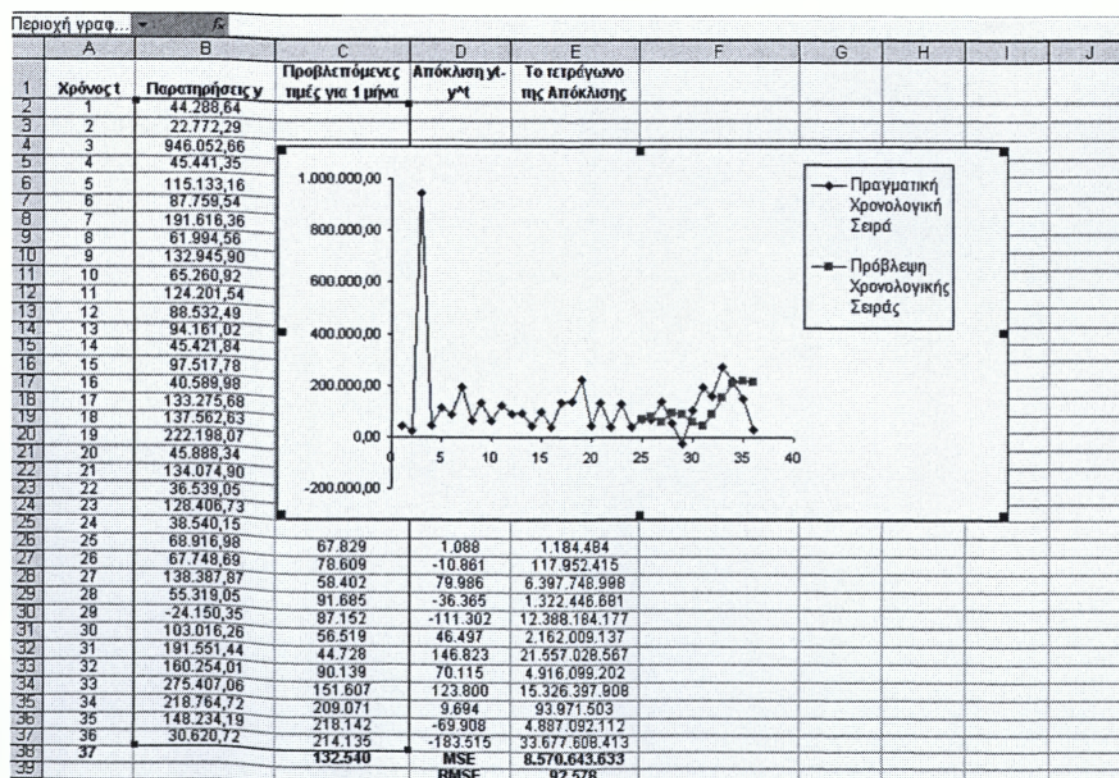
4.6 Υπολογισμός των μοντέλων πρόβλεψης και των μέτρων ακρίβειας τους

Για να μετρήσουμε το σφάλμα χρησιμοποιούμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) και έπειτα τη ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE). Θα υπολογίσουμε πρώτα το RMSE για μοντέλο των κινητών μέσων όρων (πίνακας 8 της ενότητας 3.6.1). Στον πίνακα 4.10 πρώτα υπολογίζουμε την απόκλιση η οποία βρίσκεται εισάγοντας στο κελί D26 τη σχέση = B26 –

³²Παπαδήμας Ο., Κούλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002, σελίδα 384 - 385.

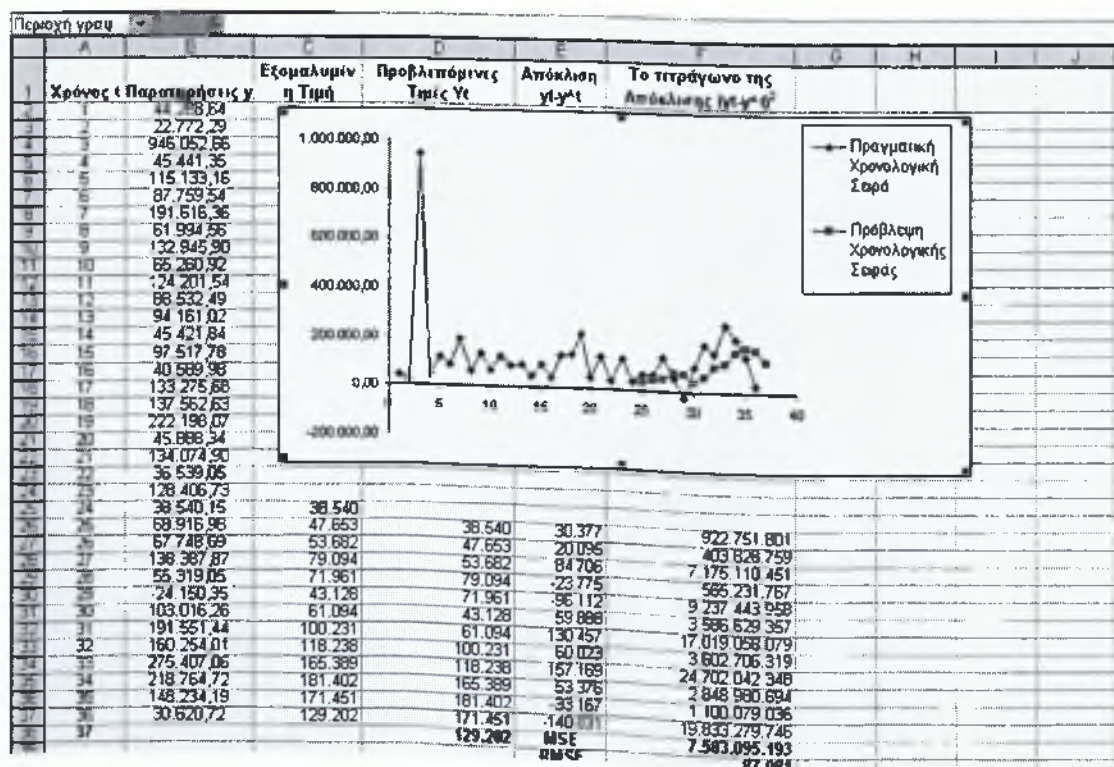
C26 και με αυτόματη συμπλήρωση την υπολογίζουμε μέχρι το τέλος των δεδομένων. Η επόμενη στήλη υπολογίζει το τετράγωνο της απόκλισης και αυτό επιτυγχάνεται με το να εισάγουμε την εξής σχέση στο κελί E26 =D26*D26. Πάλι χρησιμοποιώντας την αυτόματη συμπλήρωση υπολογίζουμε έως το κελί E37. Στο κελί E38 χρειαζόμαστε το Μέσο Όρο των κελιών E26:E37 και τον υπολογίζουμε εισάγοντας στο κελί E38 τη συνάρτηση = AVERAGE(E26:E37) και έτσι υπολογίζουμε το MSE. Για να υπολογίσουμε το RMSE που είναι η τετραγωνική ρίζα του MSE εισάγουμε στο κελί E39 τη σχέση =SQRT(8570643633,06) η οποία μπορεί να βρεθεί από τις έτοιμες συναρτήσεις του EXCEL. Όλα αυτά που αναφέραμε δείχνονται στο πίνακα 4.10 που ακολουθεί.

Πίνακας 4.10. Υπολογισμοί για τους κινητούς μέσους όρους



Το επόμενο μοντέλο πρόβλεψης που θα περιγράψουμε στο EXCEL είναι η Εκθετική Εξομάλυνση. Στον πίνακα 4.11 που ακολουθεί θα εξηγήσουμε ποιες εξισώσεις χρησιμοποιήσαμε καθώς και ποιοι υπολογισμοί χρειάστηκαν³³. Τα δεδομένα μας καλύπτουν την περιοχή A2:B37. Στη στήλη C έχουμε υπολογίσει την εξομαλυμένη πρόβλεψη. Αυτό γίνεται εφικτό όταν στο κελί C25 εισάγουμε τη σχέση = B25. Αυτό συμβαίνει, όπως έχουμε αναφέρει και στο πρώτο κεφάλαιο, διότι η πρόβλεψή μας σύμφωνα με τον τύπο ξεκινά από την προηγούμενη περίοδο, οπότε θα έχουμε : $S_1=y_{12}=38540$, η οποία είναι η παρατήρηση για τον Δεκέμβριο του 2007. Στο κελί C26 εισάγουμε την εξής σχέση = $(0,3*B26)+(0,7*C25)$ και χρησιμοποιώντας την αυτόματη συμπλήρωση υπολογίζουμε μέχρι τέλος τις εξομαλυμένες τιμές.

Πίνακας 4.11. Υπολογισμοί για την εκθετική εξομάλυνση

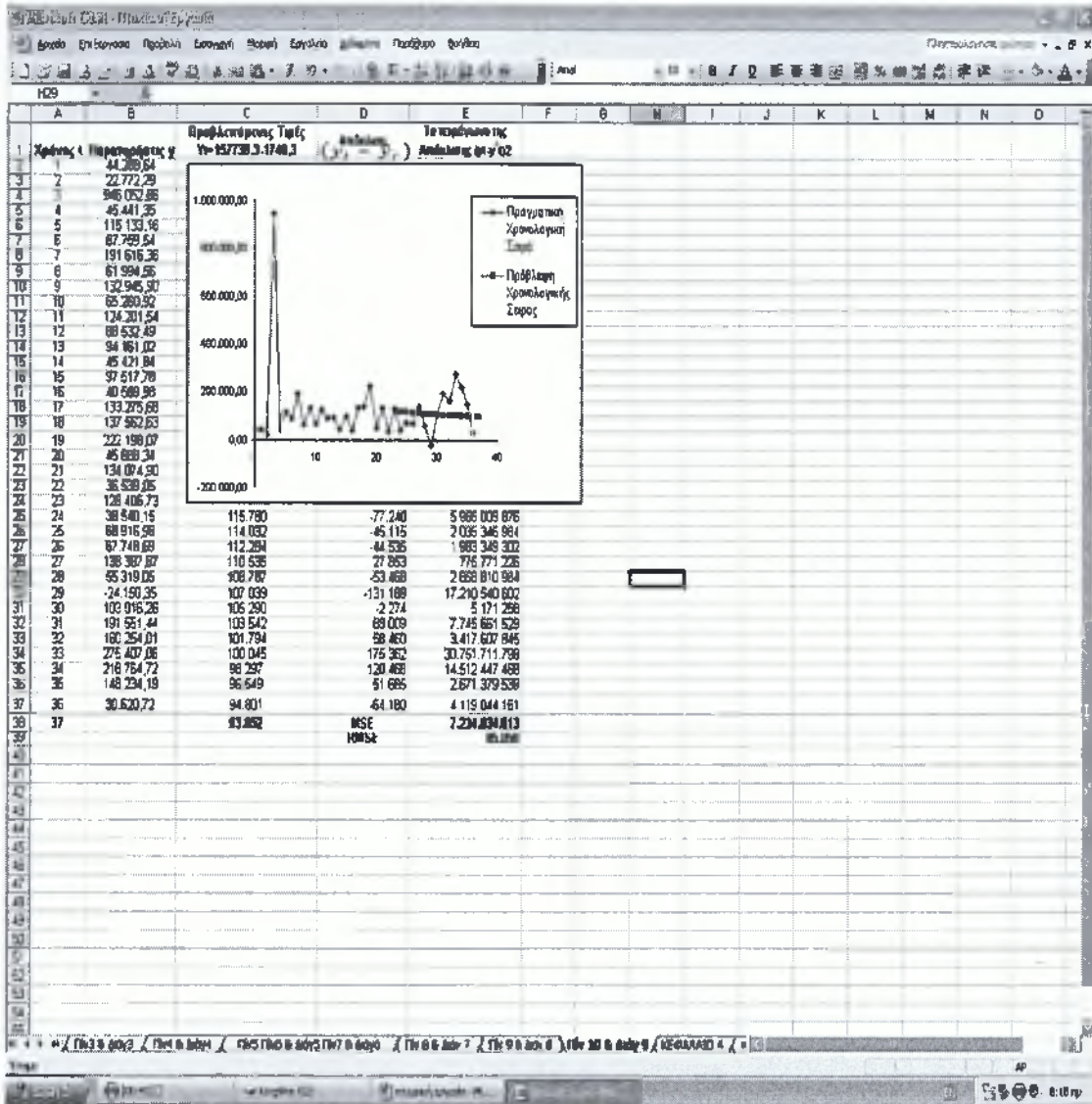


³³ Ασημακόπουλος Δ., Αραμπατζής Γ., *Τεχνικές Ανάλυσης Δεδομένων και Λήψης Αποφάσεων με Χρήση Microsoft Excel*, εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2002, σελ. 1952-193.

Για να υπολογίσουμε την πραγματική πρόβλεψη στο κελί D26, εισάγουμε τη σχέση =C25 και συμπληρώνουμε αυτόματα. Το επόμενο βήμα είναι η δημιουργία της γραφικής παράστασης, η οποία έγινε με τη βοήθεια του *Οδηγού Γραφημάτων*, επιλέγοντας *Διάγραμμα γραμμής* και όταν βρισκόμαστε στο 2^ο Βήμα κάνουμε κλικ στη *Σειρά* και προσθέτουμε τη δεύτερη γραμμή, η οποία δείχνει τις προβλεπόμενες τιμές της εκθετικής εξομάλυνσης. Το σφάλμα υπολογίζεται ομοίως όπως παραπάνω.

Το επόμενο και τελευταίο μοντέλο πρόβλεψης είναι η γραμμική παλινδρόμηση. Στον Πίνακα 4.12 που ακολουθεί θα εξηγήσουμε ποιες εξισώσεις χρησιμοποιήσαμε καθώς και ποιοί υπολογισμοί χρειάστηκαν. Τα δεδομένα μας καλύπτουν την περιοχή A2:B37. Στη στήλη C έχουμε εισάγει την εξίσωση που έχουμε βρει στο δεύτερο κεφάλαιο για την γραμμική παλινδρόμηση. Η σχέση που εισάγεται στο κελί C25 είναι =157739,3-(1748,3*A25) και με τη βοήθεια της αυτόματης συμπλήρωσης μπορούμε και υπολογίζουμε όλες τις επόμενες προβλέψεις. Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε με τη βοήθεια του προγράμματος τη γραφική παράσταση, η οποία έγινε με τη βοήθεια του *Οδηγού Γραφημάτων*, επιλέγοντας *Διάγραμμα Γραμμής* και συμπληρώνουμε κατόπιν το παράθυρο του διαλόγου που θα μας ανοίξει. Η μέτρηση του σφάλματος έγινε ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που υπολογίστηκε στα προηγούμενα μοντέλα πρόβλεψης.

Πίνακας 4.12. Υπολογισμοί για τη γραμμική παλινδρόμηση



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:
Προβλέψεις εσόδων της Δημοτικής Επιχείρησης Ύδρευσης Αποχέτευσης Κατερίνης

5.1 Μοντέλα πρόβλεψης κινητών μέσων όρων

Στο κεφάλαιο αυτό θα εφαρμόσουμε την θεωρία που έχουμε παραθέσει στο τρίτο κεφάλαιο για να προβλέψουμε τα έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ., με τη μοναδική διαφορά ότι τώρα περνάμε στην μελλοντική πρόβλεψη στηριζόμενοι σε όλα τα δεδομένα που διαθέτουμε από τον Ιανουάριο του 2002 (t=1) έως και τον Δεκέμβριο του 2007 (t=72). Οι υπολογισμοί οι οποίοι έχουν γίνει στο τρίτο κεφάλαιο έδειξαν ότι δεν υπάρχει εποχικότητα ή κυκλική συνιστώσα ενώ η τάση είναι επίσης ανύπαρκτη και έτσι θα χρησιμοποιήσουμε ανάλογα μοντέλα.

Σ' αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τις προβλέψεις εσόδων για τα έσοδα του επόμενου μήνα, δηλαδή του Ιανουαρίου 2008. Τα δεδομένα μας παρουσιάζονται σε πίνακες μαζί με το σφάλμα. Αρχίζουμε την πρόβλεψη χρησιμοποιώντας κινητούς μέσους πέμπτης τάξης και οι υπολογισμοί φαίνονται στον Πίνακα 5.1.1.

Πίνακας 5.1.1. Πρόβλεψη εσόδων με κινητούς μέσους όρους τάξης 5

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Οι προβλεπόμενες τιμές	$(y_t - \bar{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης (yt-ȳt)2
1	95.447,93			

2	75.823,43			
3	150.346,55			
4	53.570,13			
5	127.820,77			
6	103.569,41	100.601,76	2.967,65	8.806.934,65
7	134.699,04	102.226,06	32.472,98	1.054.494.559,97
8	103.263,56	114.001,18	-10.737,62	115.296.483,26
9	140.419,74	104.584,58	35.835,16	1.284.158.548,88
10	69.126,68	121.954,50	-52.827,82	2.790.778.988,57
11	122.614,83	110.215,69	12.399,14	153.738.771,93
12	54.556,18	114.024,77	-59.468,59	3.536.513.196,59
13	73.329,86	97.996,20	-24.666,34	608.428.230,33
14	115.367,20	92.009,46	23.357,74	545.584.111,34
15	41.812,57	86.998,95	-45.186,38	2.041.808.937,50
16	119.123,12	81.536,13	37.586,99	1.412.781.967,61
17	145.916,66	80.837,79	65.078,87	4.235.259.841,11
18	90.760,86	99.109,88	-8.349,02	69.706.168,36
19	152.054,28	102.596,08	49.458,20	2.446.113.349,41
20	136.827,07	109.933,50	26.893,57	723.264.214,92
21	144.974,52	128.936,40	16.038,12	257.221.357,29
22	59.525,95	134.106,68	-74.580,73	5.562.284.989,01
23	144.036,36	116.828,54	27.207,82	740.265.686,81
24	42.274,25	127.483,64	-85.209,39	7.260.639.462,50
25	41.168,52	105.527,63	-64.359,11	4.142.095.039,99
26	48.740,76	86.395,92	-37.655,16	1.417.911.074,63
27	88.664,74	67.149,17	21.515,57	462.919.838,49
28	126.118,04	72.976,93	53.141,11	2.823.977.997,16
29	136.863,96	69.393,26	67.470,70	4.552.295.088,61
30	83.552,62	88.311,20	-4.758,58	22.644.121,69
31	189.831,75	96.788,02	93.043,73	8.657.134.947,96
32	72.312,98	125.006,22	-52.693,24	2.776.577.752,47
33	158.030,74	121.735,87	36.294,87	1.317.317.588,32
34	189.386,90	128.118,41	61.268,49	3.753.827.866,88
35	197.664,05	138.623,00	59.041,05	3.485.845.821,27
36	43.195,51	161.445,28	-118.249,77	13.983.009.051,05
37	44.288,64	132.118,04	-87.829,40	7.714.002.801,72
38	22.772,29	126.513,17	-103.740,88	10.762.169.768,21
39	946.052,66	99.461,48	846.591,18	716.716.629.440,16
40	45.441,35	250.794,63	-205.353,28	42.169.969.606,76
41	115.133,16	220.350,09	-105.216,93	11.070.602.358,62
42	87.759,54	234.737,62	-146.978,08	21.602.556.000,49
43	191.616,36	243.431,80	-51.815,44	2.684.839.822,39
44	61.994,56	277.200,61	-215.206,05	46.313.645.678,25
45	132.945,90	100.388,99	32.556,91	1.059.952.128,29
46	65.260,92	117.889,90	-52.628,98	2.769.809.956,87
47	124.201,54	107.915,46	16.286,08	265.236.532,06
48	88.532,49	115.203,86	-26.671,37	711.361.764,31
49	94.161,02	94.587,08	-426,06	181.528,83
50	45.421,84	101.020,37	-55.598,53	3.091.196.982,95
51	97.517,78	83.515,56	14.002,22	196.062.108,92
52	40.589,98	89.966,93	-49.376,95	2.438.083.586,32
53	133.275,68	73.244,62	60.031,06	3.603.727.924,60
54	137.562,63	82.193,26	55.369,37	3.065.767.134,20
55	222.198,07	90.873,58	131.324,49	17.246.121.148,46
56	45.888,34	126.228,83	-80.340,49	6.454.594.012,08
57	134.074,90	115.902,94	18.171,96	330.220.130,24
58	36.539,05	134.599,92	-98.060,87	9.615.935.009,64
59	128.406,73	115.252,60	13.154,13	173.031.188,67
60	38.540,15	113.421,42	-74.881,27	5.607.204.297,29
61	68.916,98	76.689,83	-7.772,85	60.417.259,31
62	67.748,69	81.295,56	-13.546,87	183.517.740,98

63	138.387,87	68.030,32	70.357,55	4.950.184.842,00
64	55.319,05	88.400,08	-33.081,03	1.094.354.810,51
65	-24.150,35	73.782,55	-97.932,90	9.590.852.510,68
66	103.016,26	61.244,45	41.771,81	1.744.884.277,76
67	191.551,44	68.064,30	123.487,14	15.249.072.757,87
68	160.254,01	92.824,85	67.429,16	4.546.691.078,87
69	275.407,06	97.198,08	178.208,98	31.758.439.839,80
70	218.764,72	141.215,68	77.549,04	6.013.852.984,53
71	148.234,19	189.798,70	-41.564,51	1.727.608.325,28
72	30.620,72	198.842,28	-168.221,56	28.298.494.594,61
73	Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	166.656,14	Σύνολο MSE RMSE	1.101.945.375.942,82 17.217.896.499,11 131.216,98

Η πρόβλεψη για τον μήνα Ιανουάριο του 2008 είναι 19.124.404.729 και το RMSE 131.216,98.

Στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε κινητούς μέσους όρους έκτης τάξης τα αποτελέσματα των οποίων φαίνονται στον Πίνακα 5.1.2.

Πίνακας 5.1.2. Πρόβλεψη εσόδων με κινητούς μέσους όρους τάξης 6

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Οι προβλεπόμενες τιμές	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93			
2	75.823,43			
3	150.346,55			
4	53.570,13			
5	127.820,77			
6	103.569,41			
7	134.699,04	101.096,37	33.602,67	1.129.139.431,13
8	103.263,56	107.638,22	-4.374,66	19.137.664,70
9	140.419,74	112.211,58	28.208,16	795.700.478,64
10	69.126,68	110.557,11	-41.430,43	1.716.480.391,88
11	122.614,83	113.149,87	9.464,96	89.585.530,90
12	54.556,18	112.282,21	-57.726,03	3.332.294.539,56
13	73.329,86	104.113,34	-30.783,48	947.622.538,30
14	115.367,20	93.885,14	21.482,06	461.478.830,24
15	41.812,57	95.902,42	-54.089,85	2.925.711.332,12
16	119.123,12	79.467,89	39.655,23	1.572.537.530,72
17	145.916,66	87.800,63	58.116,03	3.377.473.330,40
18	90.760,86	91.684,27	-923,40	852.676,79
19	152.054,28	97.718,38	54.335,90	2.952.390.209,93
20	136.827,07	110.839,12	25.987,96	675.373.805,08
21	144.974,52	114.415,76	30.558,76	933.837.812,74
22	59.525,95	131.609,42	-72.083,47	5.196.026.406,96
23	144.036,36	121.676,56	22.359,80	499.960.805,11
24	42.274,25	121.363,17	-79.088,92	6.255.057.794,03
25	41.168,52	113.282,07	-72.113,55	5.200.364.333,98
26	48.740,76	94.801,11	-46.060,35	2.121.555.995,66
27	88.664,74	80.120,06	8.544,68	73.011.556,30
28	126.118,04	70.735,10	55.382,94	3.067.270.412,26
29	136.863,96	81.833,78	55.030,18	3.028.320.894,27
30	83.552,62	80.638,38	2.914,24	8.492.804,49
31	189.831,75	87.518,11	102.313,64	10.468.081.612,14
32	72.312,98	112.295,31	-39.982,33	1.598.586.845,50
33	158.030,74	116.224,02	41.806,73	1.747.802.255,23
34	189.386,90	127.785,02	61.601,89	3.794.792.235,55
35	197.664,05	138.329,83	59.334,23	3.520.550.256,35
36	43.195,51	148.463,17	-105.267,66	11.081.280.943,66
37	44.288,64	141.736,99	-97.448,35	9.496.180.592,89
38	22.772,29	117.479,80	-94.707,51	8.969.513.081,78
39	946.052,66	109.223,02	836.829,64	700.283.843.593,10
40	45.441,35	240.560,01	-195.118,66	38.071.290.829,80
41	115.133,16	216.569,08	-101.435,92	10.289.246.542,49
42	87.759,54	202.813,94	-115.054,40	13.237.513.808,82
43	191.616,36	210.241,27	-18.624,91	346.887.396,67
44	61.994,56	234.795,89	-172.801,33	29.860.300.801,78
45	132.945,90	241.332,94	-108.387,04	11.747.750.078,67
46	65.260,92	105.815,15	-40.554,23	1.644.645.165,35
47	124.201,54	109.118,41	15.083,13	227.500.911,15
48	88.532,49	110.629,80	-22.097,31	488.291.256,55
49	94.161,02	110.758,63	-16.597,61	275.480.602,39
50	45.421,84	94.516,07	-49.094,23	2.410.243.582,94
51	97.517,78	91.753,95	5.763,83	33.221.717,06

52	40.589,98	85.849,27	-45.259,29	2.048.402.878,71
53	133.275,68	81.737,44	51.538,24	2.656.190.010,50
54	137.562,63	83.249,80	54.312,83	2.949.883.683,65
55	222.198,07	91.421,49	130.776,58	17.102.514.312,42
56	45.888,34	112.761,00	-66.872,66	4.471.952.209,66
57	134.074,90	112.838,75	21.236,15	450.974.208,40
58	36.539,05	118.931,60	-82.392,55	6.788.532.295,50
59	128.406,73	118.256,45	10.150,29	103.028.285,58
60	38.540,15	117.444,95	-78.904,80	6.225.967.989,07
61	68.916,98	100.941,21	-32.024,23	1.025.551.093,60
62	67.748,69	75.394,36	-7.645,67	58.456.244,26
63	138.387,87	79.037,75	59.350,12	3.522.436.744,01
64	55.319,05	79.756,58	-24.437,53	597.192.791,04
65	-24.150,35	82.886,58	-107.036,93	11.456.904.027,04
66	103.016,26	57.460,40	45.555,86	2.075.336.532,19
67	191.551,44	68.206,42	123.345,02	15.213.994.781,10
68	160.254,01	88.645,49	71.608,52	5.127.779.659,20
69	275.407,06	104.063,05	171.344,01	29.358.770.905,17
70	218.764,72	126.899,58	91.865,14	8.439.204.253,44
71	148.234,19	154.140,52	-5.906,33	34.884.773,44
72	30.620,72	182.871,28	-152.250,56	23.180.233.020,31
73	Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	170.805,36	Σύνολο MSE RMSE	1.047.712.594.818,55 16.370.509.294,04 127.947,29

Η πρόβλεψη για το Ιανουάριο 2008 είναι 170.805,36 και το RMSE 127.947,29.

Κατόπιν θα χρησιμοποιήσουμε κινητούς μέσους όρους έβδομης τάξης και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1.3.

Πίνακας 5.1.3. Πρόβλεψη εσόδων με κινητούς μέσους όρους τάξης 7

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Οι προβλεπόμενες τιμές	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93			
2	75.823,43			
3	150.346,55			
4	53.570,13			
5	127.820,77			
6	103.569,41			
7	134.699,04			
8	103.263,56	105.896,75	-2.633,19	6.933.697,10
9	140.419,74	107.013,27	33.406,47	1.115.992.237,86
10	69.126,68	116.241,31	-47.114,63	2.219.788.763,88
11	122.614,83	104.638,48	17.976,35	323.149.313,41
12	54.556,18	114.502,00	-59.945,82	3.593.501.849,29
13	73.329,86	104.035,63	-30.705,77	942.844.574,49
14	115.367,20	99.715,70	15.651,50	244.969.496,97
15	41.812,57	96.954,01	-55.141,44	3.040.578.090,18
16	119.123,12	88.175,29	30.947,83	957.767.916,44
17	145.916,66	85.132,92	60.783,74	3.694.663.048,39
18	90.760,86	96.102,92	-5.342,06	28.537.574,52
19	152.054,28	91.552,35	60.501,93	3.660.483.533,72
20	136.827,07	105.480,65	31.346,42	982.598.046,82
21	144.974,52	114.551,68	30.422,84	925.549.193,67
22	59.525,95	118.781,30	-59.255,35	3.511.196.165,02
23	144.036,36	121.311,78	22.724,58	516.406.536,18
24	42.274,25	124.870,81	-82.596,56	6.822.192.431,80
25	41.168,52	110.064,76	-68.896,24	4.746.691.295,60
26	48.740,76	102.980,14	-54.239,38	2.941.909.877,88
27	88.664,74	88.221,06	443,68	196.850,67
28	126.118,04	81.340,73	44.777,31	2.005.007.618,77
29	136.863,96	78.646,95	58.217,01	3.389.220.752,34
30	83.552,62	89.695,23	-6.142,61	37.731.692,71
31	189.831,75	81.054,70	108.777,05	11.832.446.917,49
32	72.312,98	102.134,34	-29.821,36	889.313.597,45
33	158.030,74	106.583,55	51.447,19	2.646.813.358,90
34	189.386,90	122.196,40	67.190,50	4.514.562.714,33
35	197.664,05	136.585,28	61.078,77	3.730.615.621,18
36	43.195,51	146.806,14	-103.610,63	10.735.163.241,06
37	44.288,64	133.424,94	-89.136,30	7.945.279.213,66
38	22.772,29	127.815,80	-105.043,51	11.034.138.092,75
39	946.052,66	103.950,16	842.102,50	709.136.622.912,26
40	45.441,35	228.770,11	-183.328,76	33.609.435.290,73
41	115.133,16	212.685,91	-97.552,75	9.516.539.868,73
42	87.759,54	202.078,24	-114.318,70	13.068.764.516,44
43	191.616,36	186.377,59	5.238,77	27.444.681,18
44	61.994,56	207.580,57	-145.586,01	21.195.286.723,68
45	132.945,90	210.109,99	-77.164,09	5.954.296.565,06
46	65.260,92	225.849,08	-160.588,16	25.788.555.755,72
47	124.201,54	100.021,68	24.179,86	584.665.422,36
48	88.532,49	111.273,14	-22.740,65	517.137.162,42
49	94.161,02	107.473,04	-13.312,02	177.209.990,58
50	45.421,84	108.387,54	-62.965,70	3.964.679.556,39

51	97.517,78	87.502,61	10.015,17	100.303.630,13
52	40.589,98	92.577,36	-51.987,38	2.702.687.233,66
53	133.275,68	79.383,65	53.892,03	2.904.350.589,57
54	137.562,63	89.100,05	48.462,58	2.348.621.937,19
55	222.198,07	91.008,77	131.189,30	17.210.631.310,01
56	45.888,34	110.103,86	-64.215,52	4.123.632.641,92
57	134.074,90	103.207,76	30.867,14	952.780.331,78
58	36.539,05	115.872,48	-79.333,43	6.293.793.568,90
59	128.406,73	107.161,24	21.245,49	451.371.027,44
60	38.540,15	119.706,49	-81.166,34	6.587.974.053,28
61	68.916,98	106.172,84	-37.255,86	1.387.998.997,89
62	67.748,69	96.366,32	-28.617,63	818.968.583,29
63	138.387,87	74.302,12	64.085,75	4.106.983.353,06
64	55.319,05	87.516,34	-32.197,29	1.036.665.391,35
65	-24.150,35	76.265,50	-100.415,85	10.083.343.505,03
66	103.016,26	67.595,59	35.420,67	1.254.623.964,45
67	191.551,44	63.968,38	127.583,06	16.277.437.563,49
68	160.254,01	85.827,13	74.426,88	5.539.359.828,59
69	275.407,06	98.875,28	176.531,78	31.163.468.845,59
70	218.764,72	128.540,76	90.223,96	8.140.362.442,52
71	148.234,19	140.023,17	8.211,02	67.420.849,44
72	30.620,72	153.296,76	-122.676,04	15.049.411.140,58
73	Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	161.121,20	Σύνολο MSE RMSE	1.061.179.072.549,24 16.325.831.885,37 127.772,58

Η πρόβλεψη για το Ιανουάριο 2008 είναι 161.121,20 και το RMSE 127.772,58. Στον Πίνακα 5.1.4 υπολογίζονται οι προβλέψεις εσόδων με κινητούς μέσους όρους όγδοης τάξης.

Πίνακας 5.1.4. Πρόβλεψη εσόδων με κινητούς μέσους όρους τάξης 8

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Οι προβλεπόμενες τιμές	$(y_t - \bar{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \bar{y}_t)^2$
1	95.447,93			
2	75.823,43			
3	150.346,55			
4	53.570,13			
5	127.820,77			
6	103.569,41			
7	134.699,04			
8	103.263,56			
9	140.419,74	105.567,60	34.852,14	1.214.671.488,32
10	69.126,68	111.189,08	-42.062,40	1.769.245.388,60
11	122.614,83	110.351,99	12.262,85	150.377.367,49
12	54.556,18	106.885,52	-52.329,34	2.738.359.824,84
13	73.329,86	107.008,78	-33.678,92	1.134.269.399,77
14	115.367,20	100.197,41	15.169,79	230.122.452,80
15	41.812,57	101.672,14	-59.859,57	3.583.167.671,64
16	119.123,12	90.061,33	29.061,79	844.587.783,31
17	145.916,66	92.043,77	53.872,89	2.902.288.007,59
18	90.760,86	92.730,89	-1.970,03	3.881.008,35
19	152.054,28	95.435,16	56.619,12	3.205.724.749,57
20	136.827,07	99.115,09	37.711,98	1.422.193.341,24
21	144.974,52	109.398,95	35.575,57	1.265.621.002,95
22	59.525,95	118.354,54	-58.828,59	3.460.802.413,10
23	144.036,36	111.374,38	32.661,98	1.066.805.019,18
24	42.274,25	124.152,35	-81.878,10	6.704.023.669,00
25	41.168,52	114.546,24	-73.377,72	5.384.290.342,73
26	48.740,76	101.452,73	-52.711,97	2.778.551.385,94
27	88.664,74	96.200,21	-7.535,47	56.783.364,64
28	126.118,04	88.276,52	37.841,52	1.431.980.541,31
29	136.863,96	86.937,89	49.926,07	2.492.612.216,01
30	83.552,62	85.924,07	-2.371,45	5.623.786,96
31	189.831,75	88.927,41	100.904,34	10.181.686.587,62
32	72.312,98	94.651,83	-22.338,85	499.024.219,32
33	158.030,74	98.406,67	59.624,07	3.555.029.574,30
34	189.386,90	113.014,45	76.372,45	5.832.751.309,93
35	197.664,05	130.595,22	67.068,83	4.498.228.460,59
36	43.195,51	144.220,13	-101.024,62	10.205.973.846,14
37	44.288,64	133.854,81	-89.566,17	8.022.099.480,22
38	22.772,29	122.282,90	-99.510,61	9.902.361.253,80
39	946.052,66	114.685,36	831.367,30	691.171.591.666,13
40	45.441,35	209.212,97	-163.771,62	26.821.143.926,85
41	115.133,16	205.854,02	-90.720,86	8.230.273.985,54
42	87.759,54	200.491,82	-112.732,28	12.708.566.954,00
43	191.616,36	187.788,40	3.827,96	14.653.277,76
44	61.994,56	187.032,44	-125.037,88	15.634.471.122,30
45	132.945,90	189.382,32	-56.436,42	3.185.069.502,42
46	65.260,92	200.464,48	-135.203,56	18.280.001.960,66
47	124.201,54	205.775,56	-81.574,02	6.654.320.127,16
48	88.532,49	103.044,17	-14.511,68	210.588.747,58
49	94.161,02	108.430,56	-14.269,54	203.619.736,14
50	45.421,84	105.809,04	-60.387,20	3.646.614.074,81
51	97.517,78	100.516,83	-2.999,05	8.994.293,40
52	40.589,98	88.754,51	-48.164,53	2.319.821.588,89

53	133.275,68	86.078,93	47.196,75	2.227.532.856,59
54	137.562,63	86.120,16	51.442,47	2.646.328.105,52
55	222.198,07	95.157,87	127.040,20	16.139.212.416,04
56	45.888,34	107.407,44	-61.519,10	3.784.599.203,42
57	134.074,90	102.076,92	31.997,98	1.023.870.884,07
58	36.539,05	107.066,15	-70.527,10	4.974.072.187,05
59	128.406,73	105.955,80	22.450,93	504.044.089,48
60	38.540,15	109.816,92	-71.276,77	5.080.378.298,02
61	68.916,98	109.560,69	-40.643,71	1.651.911.467,39
62	67.748,69	101.515,86	-33.767,17	1.140.221.516,56
63	138.387,87	92.789,11	45.598,76	2.079.246.571,55
64	55.319,05	82.312,84	-26.993,79	728.664.631,08
65	-24.150,35	83.491,68	-107.642,03	11.586.806.084,31
66	103.016,26	63.713,52	39.302,74	1.544.705.273,25
67	191.551,44	72.023,17	119.528,27	14.287.006.731,55
68	160.254,01	79.916,26	80.337,75	6.454.153.874,22
69	275.407,06	95.130,49	180.276,57	32.499.640.338,89
70	218.764,72	120.941,75	97.822,97	9.569.332.725,95
71	148.234,19	139.818,76	8.415,43	70.819.504,16
72	30.620,72	141.049,55	-110.428,83	12.194.525.943,02
73	Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	137.962,26	Σύνολο MSE RMSE	1.015.819.940.623,00 15.872.186.572,23 125.984,87

Η πρόβλεψη για το Ιανουάριο 2008 είναι 137.962,26 και το RMSE 125.984,87. Στον Πίνακα 5.1.5 υπολογίζονται οι προβλέψεις εσόδων με κινητούς μέσους όρους ένατης τάξης.

Πίνακας 5.1.5. Πρόβλεψη εσόδων με κινητούς μέσους όρους τάξης 9

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Οι προβλεπόμενες τιμές	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93			
2	75.823,43			
3	150.346,55			
4	53.570,13			
5	127.820,77			
6	103.569,41			
7	134.699,04			
8	103.263,56			
9	140.419,74			
10	69.126,68	109.440,06	-40.313,38	1.625.168.786,19
11	122.614,83	106.515,48	16.099,35	259.189.106,20
12	54.556,18	111.714,52	-57.158,34	3.267.076.212,61
13	73.329,86	101.071,15	-27.741,29	769.579.109,22
14	115.367,20	103.266,67	12.100,53	146.422.718,72
15	41.812,57	101.882,94	-60.070,37	3.608.449.885,90
16	119.123,12	95.021,07	24.102,05	580.908.653,52
17	145.916,66	93.290,42	52.626,24	2.769.521.604,33
18	90.760,86	98.029,65	-7.268,79	52.835.291,91
19	152.054,28	92.512,00	59.542,28	3.545.283.636,86
20	136.827,07	101.726,17	35.100,90	1.232.072.946,80
21	144.974,52	103.305,31	41.669,21	1.736.322.969,43
22	59.525,95	113.351,79	-53.825,84	2.897.221.410,54
23	144.036,36	111.818,03	32.218,33	1.038.021.074,37
24	42.274,25	115.003,49	-72.729,24	5.289.542.027,74
25	41.168,52	115.054,79	-73.886,27	5.459.180.237,75
26	48.740,76	106.393,16	-57.652,40	3.323.799.610,11
27	88.664,74	95.595,84	-6.931,10	48.040.162,61
28	126.118,04	95.362,94	30.755,10	945.876.244,35
29	136.863,96	92.481,13	44.382,83	1.969.835.204,29
30	83.552,62	92.485,23	-8.932,61	79.791.580,96
31	189.831,75	85.660,58	104.171,17	10.851.633.122,15
32	72.312,98	100.139,00	-27.826,02	774.287.389,04
33	158.030,74	92.169,74	65.861,00	4.337.671.906,43
34	189.386,90	105.031,57	84.355,33	7.115.822.074,32
35	197.664,05	121.500,28	76.163,77	5.800.920.368,37
36	43.195,51	138.047,31	-94.851,80	8.996.863.752,46
37	44.288,64	132.995,17	-88.706,53	7.868.848.858,89
38	22.772,29	123.903,02	-101.130,73	10.227.423.876,13
39	946.052,66	111.226,16	834.826,50	696.935.277.681,57
40	45.441,35	207.059,50	-161.618,15	26.120.427.127,73
41	115.133,16	191.016,12	-75.882,96	5.758.224.292,88
42	87.759,54	195.773,92	-108.014,38	11.667.106.766,85
43	191.616,36	187.966,01	3.650,35	13.325.047,01
44	61.994,56	188.213,73	-126.219,17	15.931.278.595,00
45	132.945,90	173.139,34	-40.193,44	1.615.512.708,35
46	65.260,92	183.111,61	-117.850,69	13.888.784.347,80
47	124.201,54	185.441,86	-61.240,32	3.750.376.793,70
48	88.532,49	196.711,78	-108.179,29	11.702.758.063,71
49	94.161,02	101.431,76	-7.270,74	52.863.627,83
50	45.421,84	106.845,05	-61.423,21	3.772.811.272,69
51	97.517,78	99.099,35	-1.581,57	2.501.370,69

52	40.589,98	100.183,60	-59.593,62	3.551.399.677,13
53	133.275,68	83.402,89	49.872,79	2.487.294.960,73
54	137.562,63	91.323,02	46.239,61	2.138.101.841,22
55	222.198,07	91.835,99	130.362,08	16.994.272.771,01
56	45.888,34	109.273,45	-63.385,11	4.017.671.888,00
57	134.074,90	100.571,98	33.502,92	1.122.445.574,08
58	36.539,05	105.632,25	-69.093,20	4.773.870.132,70
59	128.406,73	99.229,81	29.176,92	851.292.790,36
60	38.540,15	108.450,35	-69.910,20	4.887.436.219,40
61	68.916,98	101.897,28	-32.980,30	1.087.700.261,38
62	67.748,69	105.044,73	-37.296,04	1.390.994.268,16
63	138.387,87	97.763,95	40.623,92	1.650.302.966,44
64	55.319,05	97.855,64	-42.536,59	1.809.361.677,88
65	-24.150,35	79.313,53	-103.463,88	10.704.774.234,73
66	103.016,26	71.531,45	31.484,81	991.293.120,80
67	191.551,44	68.080,49	123.470,95	15.245.074.945,14
68	160.254,01	85.304,09	74.949,92	5.617.490.341,45
69	275.407,06	88.842,68	186.564,38	34.806.268.713,96
70	218.764,72	115.161,22	103.603,50	10.733.684.521,56
71	148.234,19	131.810,97	16.423,22	269.722.082,18
72	30.620,72	140.753,81	-110.133,09	12.129.296.533,99
73	Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	128.779,68	Σύνολο MSE RMSE	1.025.088.607.040,33 16.271.247.730,80 127.558,80

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο 2008 είναι 128.779,68 και το RMSE είναι 127.558,80

5.2 Μοντέλο πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης

Σ' αυτή την ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης για την πρόβλεψη των εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. για τον ίδιο επόμενο μήνα (Ιανουάριο 2008). Ακολουθεί η πρόβλεψη στον πίνακα 5.2.1 όπου η σταθερά α ισούται με 0,2.

Πίνακας 5.2.1. Πρόβλεψη εσόδων με την εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,2$

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Εξομαλυμένη Τιμή	Πρόβλεψη	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93	95.448			
2	75.823,43	91.523	95.448	-19.625	385.121.000
3	150.346,55	103.288	91.523	58.824	3.460.206.505
4	53.570,13	93.344	103.288	-49.718	2.471.840.148
5	127.820,77	100.240	93.344	34.477	1.188.632.969
6	103.569,41	100.906	100.240	3.330	11.088.137
7	134.699,04	107.664	100.906	33.794	1.142.003.234
8	103.263,56	106.784	107.664	-4.401	19.365.714
9	140.419,74	113.511	106.784	33.636	1.131.357.660
10	69.126,68	104.634	113.511	-44.385	1.969.986.642
11	122.614,83	108.230	104.634	17.981	323.299.270
12	54.556,18	97.496	108.230	-53.674	2.880.922.988
13	73.329,86	92.662	97.496	-24.166	583.981.258
14	115.367,20	97.203	92.662	22.705	515.506.884
15	41.812,57	86.125	97.203	-55.391	3.068.141.684
16	119.123,12	92.725	86.125	32.998	1.088.861.607
17	145.916,66	103.363	92.725	53.192	2.829.374.232
18	90.760,86	100.843	103.363	-12.602	158.818.218
19	152.054,28	111.085	100.843	51.212	2.622.625.104
20	136.827,07	116.233	111.085	25.742	662.653.013
21	144.974,52	121.982	116.233	28.741	826.050.143
22	59.525,95	109.491	121.982	-62.456	3.900.714.406
23	144.036,36	116.400	109.491	34.546	1.193.415.777
24	42.274,25	101.575	116.400	-74.125	5.494.579.330
25	41.168,52	89.493	101.575	-60.406	3.648.893.748
26	48.740,76	81.343	89.493	-40.753	1.660.775.957
27	88.664,74	82.807	81.343	7.322	53.609.997
28	126.118,04	91.469	82.807	43.311	1.875.826.075
29	136.863,96	100.548	91.469	45.395	2.060.666.646
30	83.552,62	97.149	100.548	-16.996	288.853.376
31	189.831,75	115.686	97.149	92.683	8.590.060.711
32	72.312,98	107.011	115.686	-43.373	1.881.191.597
33	158.030,74	117.215	107.011	51.020	2.602.999.121
34	189.386,90	131.649	117.215	72.172	5.208.773.965
35	197.664,05	144.852	131.649	66.015	4.357.929.934
36	43.195,51	124.521	144.852	-101.657	10.334.114.079
37	44.288,64	108.475	124.521	-80.232	6.437.229.309
38	22.772,29	91.334	108.475	-85.702	7.344.871.648
39	946.052,66	262.278	91.334	854.719	730.543.865.872
40	45.441,35	218.911	262.278	-216.836	47.018.041.295
41	115.133,16	198.155	218.911	-103.777	10.769.736.553
42	87.759,54	176.076	198.155	-110.395	12.187.164.871
43	191.616,36	179.184	176.076	15.540	241.504.828
44	61.994,56	155.746	179.184	-117.189	13.733.369.420
45	132.945,90	151.186	155.746	-22.800	519.850.379
46	65.260,92	134.001	151.186	-85.925	7.383.133.480
47	124.201,54	132.041	134.001	-9.800	96.030.390
48	88.532,49	123.339	132.041	-43.509	1.893.003.298
49	94.161,02	117.504	123.339	-29.178	851.378.804
50	45.421,84	103.087	117.504	-72.082	5.195.799.868
51	97.517,78	101.973	103.087	-5.570	31.020.194
52	40.589,98	89.697	101.973	-61.383	3.767.929.413

53	133.275,68	98.413	89.697	43.579	1.899.123.171
54	137.562,63	106.243	98.413	39.150	1.532.729.883
55	222.198,07	129.434	106.243	115.956	13.445.681.559
56	45.888,34	112.725	129.434	-83.545	6.979.820.102
57	134.074,90	116.995	112.725	21.350	455.835.561
58	36.539,05	100.904	116.995	-80.456	6.473.104.424
59	128.406,73	106.404	100.904	27.503	756.425.777
60	38.540,15	92.831	106.404	-67.864	4.605.525.671
61	68.916,98	88.048	92.831	-23.914	571.897.988
62	67.748,69	83.989	88.048	-20.300	412.081.919
63	138.387,87	94.868	83.989	54.399	2.959.288.108
64	55.319,05	86.959	94.868	-39.549	1.564.150.976
65	-24.150,35	64.737	86.959	-111.109	12.345.182.970
66	103.016,26	72.393	64.737	38.280	1.465.320.647
67	191.551,44	96.224	72.393	119.159	14.198.816.163
68	160.254,01	109.030	96.224	64.030	4.099.789.472
69	275.407,06	142.306	109.030	166.377	27.681.215.861
70	218.764,72	157.597	142.306	76.459	5.845.985.253
71	148.234,19	155.725	157.597	-9.363	87.671.305
72	30.620,72	130.704	155.725	-125.104	15.651.037.462
73		Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	130.704	Σύνολο MSE RMSE	1.051.536.855.026 14.810.378.240 121.698

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο 2008 είναι 130.704 ενώ το σφάλμα 121.698.

Ο Πίνακας 5.2.2 μας δείχνει την πρόβλεψη των εσόδων για το μήνα Ιανουάριο 2008 με την σταθερά α να ισούται με $\alpha=0,3$.

Πίνακας 5.2.2. Πρόβλεψη εσόδων με την εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,3$

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Εξομαλυμένη Τιμή	Πρόβλεψη	$(y_t - \hat{y}_t)$ Το τετράγωνο της Απόκλιση	Απόκλισης (yt-y t)2
1	95.447,93	95.448			
2	75.823,43	89.561	95.447,93	-19.625	385.121.000
3	150.346,55	107.796	89.560,58	60.786	3.694.934.149
4	53.570,13	91.528	107.796,37	-54.226	2.940.485.213
5	127.820,77	102.416	91.528,50	36.292	1.317.128.956
6	103.569,41	102.762	102.416,18	1.153	1.329.939
7	134.699,04	112.343	102.762,15	31.937	1.019.965.003
8	103.263,56	109.619	112.343,22	-9.080	82.440.159
9	140.419,74	118.859	109.619,32	30.800	948.665.907
10	69.126,68	103.940	118.859,45	-49.733	2.473.347.975
11	122.614,83	109.542	103.939,62	18.675	348.763.621
12	54.556,18	93.046	109.542,18	-54.986	3.023.460.212
13	73.329,86	87.131	93.046,38	-19.717	388.741.165
14	115.367,20	95.602	87.131,42	28.236	797.259.042
15	41.812,57	79.465	95.602,16	-53.790	2.893.319.654
16	119.123,12	91.363	79.465,28	39.658	1.572.744.210
17	145.916,66	107.729	91.362,63	54.554	2.976.141.910
18	90.760,86	102.638	107.728,84	-16.968	287.912.372
19	152.054,28	117.463	102.638,45	49.416	2.441.924.595
20	136.827,07	123.272	117.463,20	19.364	374.959.594
21	144.974,52	129.783	123.272,36	21.702	470.983.809
22	59.525,95	108.706	129.783,01	-70.257	4.936.054.062
23	144.036,36	119.305	108.705,89	35.330	1.248.242.116
24	42.274,25	96.196	119.305,03	-77.031	5.933.741.213
25	41.168,52	79.688	96.195,80	-55.027	3.028.001.177
26	48.740,76	70.404	79.687,61	-30.947	957.707.752
27	88.664,74	75.882	70.403,56	18.261	333.470.784
28	126.118,04	90.953	75.881,91	50.236	2.523.668.527
29	136.863,96	104.726	90.952,75	45.911	2.107.839.148
30	83.552,62	98.374	104.726,11	-21.173	448.316.824
31	189.831,75	125.811	98.374,07	91.458	8.364.508.073
32	72.312,98	109.762	125.811,37	-53.498	2.862.077.816
33	158.030,74	124.243	109.761,85	48.269	2.329.885.400
34	189.386,90	143.786	124.242,52	65.144	4.243.790.313
35	197.664,05	159.949	143.785,83	53.878	2.902.862.198
36	43.195,51	124.923	159.949,30	-116.754	13.631.447.140
37	44.288,64	100.733	124.923,16	-80.635	6.501.926.135
38	22.772,29	77.345	100.732,81	-77.961	6.077.841.959
39	946.052,66	337.957	77.344,65	868.708	754.653.605.298
40	45.441,35	250.202	337.957,05	-292.516	85.565.436.817
41	115.133,16	209.682	250.202,34	-135.069	18.243.684.055
42	87.759,54	173.105	209.681,59	-121.922	14.864.985.724
43	191.616,36	178.658	173.104,97	18.511	342.671.433
44	61.994,56	143.659	178.658,39	-116.664	13.610.449.088
45	132.945,90	140.445	143.659,24	-10.713	114.775.666
46	65.260,92	117.890	140.445,24	-75.184	5.652.681.733
47	124.201,54	119.783	117.889,94	6.312	39.836.258
48	88.532,49	110.408	119.783,42	-31.251	976.620.752
49	94.161,02	105.534	110.408,14	-16.247	263.968.987
50	45.421,84	87.500	105.534,01	-60.112	3.613.472.464
51	97.517,78	90.506	87.500,36	10.017	100.348.784
52	40.589,98	75.531	90.505,58	-49.916	2.491.567.442
53	133.275,68	92.854	75.530,90	57.745	3.334.459.360
54	137.562,63	106.267	92.854,34	44.708	1.998.831.592
55	222.198,07	141.046	106.266,82	115.931	13.440.053.824
56	45.888,34	112.499	141.046,20	-95.158	9.055.017.887

57	134.074,90	118.972	112.498,84	21.576	465.526.348
58	36.539,05	94.242	118.971,66	-82.433	6.795.134.909
59	128.406,73	104.491	94.241,88	34.165	1.167.237.263
60	38.540,15	84.706	104.491,33	-65.951	4.349.558.415
61	68.916,98	79.969	84.705,98	-15.789	249.292.440
62	67.748,69	76.303	79.969,28	-12.221	149.342.776
63	138.387,87	94.929	76.303,10	62.085	3.854.518.449
64	55.319,05	83.046	94.928,53	-39.609	1.568.911.082
65	-24.150,35	50.887	83.045,69	-107.196	11.490.990.468
66	103.016,26	66.526	50.886,88	52.129	2.717.472.646
67	191.551,44	104.033	66.525,69	125.026	15.631.437.812
68	160.254,01	120.900	104.033,42	56.221	3.160.755.192
69	275.407,06	167.252	120.899,59	154.507	23.872.556.992
70	218.764,72	182.706	167.251,83	51.513	2.653.577.431
71	148.234,19	172.364	182.705,70	-34.472	1.188.284.985
72	30.620,72	129.841	172.364,25	-141.744	20.091.227.397
73		Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	129.841,19	Σύνολο MSE RMSE	1.124.639.300.890 15.839.990.153 125.857

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο 2008 είναι 129.841,19 ενώ το σφάλμα 125.857. Ο Πίνακας 5.2.3 μας δείχνει την πρόβλεψη των εσόδων για το μήνα Ιανουάριο 2008 με την σταθερά να ισούται με $\alpha=0,5$.

Πίνακας 5.2.3. Πρόβλεψη εσόδων με την εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,5$

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Εξομαλυμένη Τιμή	Πρόβλεψη	$\hat{y}_t - y_t$) Το τετράγωνο της Απόκλιση	Απόκλισης (yt-yt)2
1	95.447,93	95.448			
2	75.823,43	89.561	95.447,93	-19.625	385.121.000
3	150.346,55	107.796	89.560,58	60.786	3.694.934.149
4	53.570,13	91.528	107.796,37	-54.226	2.940.485.213
5	127.820,77	102.416	91.528,50	36.292	1.317.128.956
6	103.569,41	102.762	102.416,18	1.153	1.329.939
7	134.699,04	112.343	102.762,15	31.937	1.019.965.003
8	103.263,56	109.619	112.343,22	-9.080	82.440.159
9	140.419,74	118.859	109.619,32	30.800	948.665.907
10	69.126,68	103.940	118.859,45	-49.733	2.473.347.975
11	122.614,83	109.542	103.939,62	18.675	348.763.621
12	54.556,18	93.046	109.542,18	-54.986	3.023.460.212
13	73.329,86	87.131	93.046,38	-19.717	388.741.165
14	115.367,20	95.602	87.131,42	28.236	797.259.042
15	41.812,57	79.465	95.602,16	-53.790	2.893.319.654
16	119.123,12	91.363	79.465,28	39.658	1.572.744.210
17	145.916,66	107.729	91.362,63	54.554	2.976.141.910
18	90.760,86	102.638	107.728,84	-16.968	287.912.372
19	152.054,28	117.463	102.638,45	49.416	2.441.924.595
20	136.827,07	123.272	117.463,20	19.364	374.959.594
21	144.974,52	129.783	123.272,36	21.702	470.983.809
22	59.525,95	108.706	129.783,01	-70.257	4.936.054.062
23	144.036,36	119.305	108.705,89	35.330	1.248.242.116
24	42.274,25	96.196	119.305,03	-77.031	5.933.741.213
25	41.168,52	79.688	96.195,80	-55.027	3.028.001.177
26	48.740,76	70.404	79.687,61	-30.947	957.707.752
27	88.664,74	75.882	70.403,56	18.261	333.470.784
28	126.118,04	90.953	75.881,91	50.236	2.523.668.527
29	136.863,96	104.726	90.952,75	45.911	2.107.839.148
30	83.552,62	98.374	104.726,11	-21.173	448.316.824
31	189.831,75	125.811	98.374,07	91.458	8.364.508.073
32	72.312,98	109.762	125.811,37	-53.498	2.862.077.816
33	158.030,74	124.243	109.761,85	48.269	2.329.885.400
34	189.386,90	143.786	124.242,52	65.144	4.243.790.313
35	197.664,05	159.949	143.785,83	53.878	2.902.862.198
36	43.195,51	124.923	159.949,30	-116.754	13.631.447.140
37	44.288,64	100.733	124.923,16	-80.635	6.501.926.135
38	22.772,29	77.345	100.732,81	-77.961	6.077.841.959
39	946.052,66	337.957	77.344,65	868.708	754.653.605.298
40	45.441,35	250.202	337.957,05	-292.516	85.565.436.817
41	115.133,16	209.682	250.202,34	-135.069	18.243.684.055
42	87.759,54	173.105	209.681,59	-121.922	14.864.985.724
43	191.616,36	178.658	173.104,97	18.511	342.671.433
44	61.994,56	143.659	178.658,39	-116.664	13.610.449.088
45	132.945,90	140.445	143.659,24	-10.713	114.775.666
46	65.260,92	117.890	140.445,24	-75.184	5.652.681.733
47	124.201,54	119.783	117.889,94	6.312	39.836.258
48	88.532,49	110.408	119.783,42	-31.251	976.620.752
49	94.161,02	105.534	110.408,14	-16.247	263.968.987
50	45.421,84	87.500	105.534,01	-60.112	3.613.472.464
51	97.517,78	90.506	87.500,36	10.017	100.348.784
52	40.589,98	75.531	90.505,58	-49.916	2.491.567.442
53	133.275,68	92.854	75.530,90	57.745	3.334.459.360
54	137.562,63	106.267	92.854,34	44.708	1.998.831.592
55	222.198,07	141.046	106.266,82	115.931	13.440.053.824
56	45.888,34	112.499	141.046,20	-95.158	9.055.017.887
57	134.074,90	118.972	112.498,84	21.576	465.526.348
58	36.539,05	94.242	118.971,66	-82.433	6.795.134.909

59	128.406,73	104.491	94.241,88	34.165	1.167.237.263
60	38.540,15	84.706	104.491,33	-65.951	4.349.558.415
61	68.916,98	79.969	84.705,98	-15.789	249.292.440
62	67.748,69	76.303	79.969,28	-12.221	149.342.776
63	138.387,87	94.929	76.303,10	62.085	3.854.518.449
64	55.319,05	83.046	94.928,53	-39.609	1.568.911.082
65	-24.150,35	50.887	83.045,69	-107.196	11.490.990.468
66	103.016,26	66.526	50.886,88	52.129	2.717.472.646
67	191.551,44	104.033	66.525,69	125.026	15.631.437.812
68	160.254,01	120.900	104.033,42	56.221	3.160.755.192
69	275.407,06	167.252	120.899,59	154.507	23.872.556.992
70	218.764,72	182.706	167.251,83	51.513	2.653.577.431
71	148.234,19	172.364	182.705,70	-34.472	1.188.284.985
72	30.620,72	129.841	172.364,25	-141.744	20.091.227.397
73		Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	129.841,19	Σύνολο MSE RMSE	1.124.639.300.890 15.839.990.153 125.857

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο είναι 105.949 ενώ το σφάλμα 135.335.

Ο Πίνακας 5.2.4 μας δείχνει την πρόβλεψη των εσόδων για το μήνα Ιανουάριο 2008 με την σταθερά α να ισούται με $\alpha=0,7$.

Πίνακας 5.2.4. Πρόβλεψη εσόδων με την εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,7$

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Y_t	Εξομαλυμένη Τιμή	Πρόβλεψη	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93	95.448			
2	75.823,43	81.711	95.448	-19.625	385.121.000

3	150.346,55	129.756	81.711	68.636	4.710.868.923
4	53.570,13	76.426	129.756	-76.186	5.804.259.208
5	127.820,77	112.402	76.426	51.395	2.641.439.169
6	103.569,41	106.219	112.402	-8.833	78.019.769
7	134.699,04	126.155	106.219	28.480	811.097.071
8	103.263,56	110.131	126.155	-22.892	524.023.071
9	140.419,74	131.333	110.131	30.289	917.406.253
10	69.126,68	87.789	131.333	-62.206	3.869.641.864
11	122.614,83	112.167	87.789	34.826	1.212.865.345
12	54.556,18	71.839	112.167	-57.611	3.319.002.559
13	73.329,86	72.883	71.839	1.490	2.221.425
14	115.367,20	102.622	72.883	42.484	1.804.930.475
15	41.812,57	60.055	102.622	-60.809	3.697.769.507
16	119.123,12	101.403	60.055	59.068	3.489.000.697
17	145.916,66	132.562	101.403	44.514	1.981.484.540
18	90.760,86	103.301	132.562	-41.802	1.747.377.046
19	152.054,28	137.428	103.301	48.753	2.376.848.010
20	136.827,07	137.007	137.428	-601	361.600
21	144.974,52	142.584	137.007	7.967	63.473.894
22	59.525,95	84.443	142.584	-83.058	6.898.706.920
23	144.036,36	126.158	84.443	59.593	3.551.310.578
24	42.274,25	67.440	126.158	-83.884	7.036.567.052
25	41.168,52	49.050	67.440	-26.271	690.165.671
26	48.740,76	48.833	49.050	-309	95.519
27	88.664,74	76.715	48.833	39.831	1.586.529.401
28	126.118,04	111.297	76.715	49.403	2.440.624.641
29	136.863,96	129.194	111.297	25.567	653.657.353
30	83.552,62	97.245	129.194	-45.641	2.083.130.359
31	189.831,75	162.056	97.245	92.587	8.572.303.150
32	72.312,98	99.236	162.056	-89.743	8.053.761.189
33	158.030,74	140.392	99.236	58.795	3.456.844.379
34	189.386,90	174.689	140.392	48.995	2.400.474.797
35	197.664,05	190.771	174.689	22.976	527.875.537
36	43.195,51	87.468	190.771	-147.576	21.778.639.577
37	44.288,64	57.243	87.468	-43.180	1.864.480.724
38	22.772,29	33.113	57.243	-34.470	1.188.197.443
39	946.052,66	672.171	33.113	912.939	833.458.161.854
40	45.441,35	233.460	672.171	-626.730	392.789.891.987
41	115.133,16	150.631	233.460	-118.327	14.001.289.857
42	87.759,54	106.621	150.631	-62.872	3.952.854.918
43	191.616,36	166.118	106.621	84.995	7.224.200.996
44	61.994,56	93.232	166.118	-104.123	10.841.642.870
45	132.945,90	121.032	93.232	39.714	1.577.231.739
46	65.260,92	81.992	121.032	-55.771	3.110.367.287
47	124.201,54	111.539	81.992	42.209	1.781.635.131
48	88.532,49	95.434	111.539	-23.006	529.286.344
49	94.161,02	94.543	95.434	-1.273	1.621.388
50	45.421,84	60.158	94.543	-49.121	2.412.890.439
51	97.517,78	86.310	60.158	37.360	1.395.738.640
52	40.589,98	54.306	86.310	-45.720	2.090.311.478
53	133.275,68	109.585	54.306	78.970	6.236.217.105
54	137.562,63	129.169	109.585	27.978	782.761.031
55	222.198,07	194.289	129.169	93.029	8.654.357.638
56	45.888,34	90.409	194.289	-148.401	22.022.883.509
57	134.074,90	120.975	90.409	43.666	1.906.739.905
58	36.539,05	61.870	120.975	-84.436	7.129.434.735
59	128.406,73	108.446	61.870	66.537	4.427.157.195
60	38.540,15	59.512	108.446	-69.906	4.886.780.917
61	68.916,98	66.095	59.512	9.405	88.457.331
62	67.748,69	67.253	66.095	1.653	2.733.278
63	138.387,87	117.047	67.253	71.135	5.060.210.820

64	55.319,05	73.838	117.047	-61.728	3.810.379.608
65	-24.150,35	5.246	73.838	-97.988	9.601.624.961
66	103.016,26	73.685	5.246	97.770	9.559.020.903
67	191.551,44	156.192	73.685	117.866	13.892.453.749
68	160.254,01	159.035	156.192	4.062	16.503.468
69	275.407,06	240.496	159.035	116.372	13.542.392.071
70	218.764,72	225.284	240.496	-21.731	472.227.879
71	148.234,19	171.349	225.284	-77.050	5.936.667.281
72	30.620,72	72.839	171.349	-140.728	19.804.482.971
73		Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	72.839		
				Σύνολο	1.525.221.187.000
				MSE	21.481.988.549
				RMSE	146.567

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο είναι 72.839 ενώ το σφάλμα 146.567.

Ο Πίνακας 5.2.5 μας δείχνει την πρόβλεψη των εσόδων για το μήνα Ιανουάριο 2008 με την σταθερά α να ισούται με $\alpha=0,8$.

Πίνακας 5.2.5. Πρόβλεψη εσόδων με την εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,8$

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Εξομαλυμένη Τιμή	Πρόβλεψη	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93	95.448			
2	75.823,43	79.748	95.448	-19.625	385.121.000
3	150.346,55	136.227	79.748	70.598	4.984.108.667
4	53.570,13	70.101	136.227	-82.657	6.832.142.619
5	127.820,77	116.277	70.101	57.719	3.331.515.838
6	103.569,41	106.111	116.277	-12.708	161.480.634
7	134.699,04	128.981	106.111	28.588	817.281.142
8	103.263,56	108.407	128.981	-25.718	661.408.021

9	140.419,74	134.017	108.407	32.013	1.024.807.146
10	69.126,68	82.105	134.017	-64.891	4.210.781.943
11	122.614,83	114.513	82.105	40.510	1.641.063.533
12	54.556,18	66.548	114.513	-59.957	3.594.798.863
13	73.329,86	71.973	66.548	6.782	46.000.295
14	115.367,20	106.688	71.973	43.394	1.883.022.776
15	41.812,57	54.788	106.688	-64.876	4.208.878.240
16	119.123,12	106.256	54.788	64.335	4.139.040.658
17	145.916,66	137.985	106.256	39.661	1.572.964.405
18	90.760,86	100.206	137.985	-47.224	2.230.075.664
19	152.054,28	141.685	100.206	51.849	2.688.286.096
20	136.827,07	137.799	141.685	-4.857	23.595.045
21	144.974,52	143.539	137.799	7.176	51.494.336
22	59.525,95	76.329	143.539	-84.013	7.058.247.838
23	144.036,36	130.495	76.329	67.708	4.584.337.273
24	42.274,25	59.918	130.495	-88.221	7.782.867.764
25	41.168,52	44.918	59.918	-18.750	351.556.599
26	48.740,76	47.976	44.918	3.822	14.609.759
27	88.664,74	80.527	47.976	40.688	1.655.548.685
28	126.118,04	117.000	80.527	45.591	2.078.538.083
29	136.863,96	132.891	117.000	19.864	394.583.159
30	83.552,62	93.420	132.891	-49.339	2.434.289.213
31	189.831,75	170.549	93.420	96.411	9.295.163.197
32	72.312,98	91.960	170.549	-98.236	9.650.406.919
33	158.030,74	144.817	91.960	66.070	4.365.306.090
34	189.386,90	180.473	144.817	44.570	1.986.507.418
35	197.664,05	194.226	180.473	17.191	295.537.375
36	43.195,51	73.402	194.226	-151.030	22.810.151.487
37	44.288,64	50.111	73.402	-29.113	847.562.692
38	22.772,29	28.240	50.111	-27.339	747.417.421
39	946.052,66	762.490	28.240	917.813	842.379.937.148
40	45.441,35	188.851	762.490	-717.049	514.158.972.174
41	115.133,16	129.877	188.851	-73.718	5.434.335.959
42	87.759,54	96.183	129.877	-42.117	1.773.859.356
43	191.616,36	172.530	96.183	95.433	9.107.529.647
44	61.994,56	84.102	172.530	-110.535	12.218.013.724
45	132.945,90	123.177	84.102	48.844	2.385.767.120
46	65.260,92	76.844	123.177	-57.916	3.354.276.606
47	124.201,54	114.730	76.844	47.357	2.242.723.013
48	88.532,49	93.772	114.730	-26.198	686.312.709
49	94.161,02	94.083	93.772	389	151.333
50	45.421,84	55.154	94.083	-48.661	2.367.929.595
51	97.517,78	89.045	55.154	42.364	1.794.680.081
52	40.589,98	50.281	89.045	-48.455	2.347.893.525
53	133.275,68	116.677	50.281	82.995	6.888.118.001
54	137.562,63	133.385	116.677	20.886	436.220.289
55	222.198,07	204.436	133.385	88.813	7.887.681.021
56	45.888,34	77.598	204.436	-158.547	25.137.216.691
57	134.074,90	122.779	77.598	56.477	3.189.664.936
58	36.539,05	53.787	122.779	-86.240	7.437.411.122
59	128.406,73	113.483	53.787	74.620	5.568.083.920
60	38.540,15	53.529	113.483	-74.943	5.616.402.445
61	68.916,98	65.839	53.529	15.388	236.799.709
62	67.748,69	67.367	65.839	1.909	3.645.692
63	138.387,87	124.184	67.367	71.021	5.043.990.099
64	55.319,05	69.092	124.184	-68.865	4.742.334.403
65	-24.150,35	-5.502	69.092	-93.242	8.694.130.583
66	103.016,26	81.313	-5.502	108.518	11.776.187.931
67	191.551,44	169.504	81.313	110.239	12.152.595.038
68	160.254,01	162.104	169.504	-9.250	85.556.361
69	275.407,06	252.746	162.104	113.303	12.837.596.178

70	218.764,72	225.561	252.746	-33.982	1.154.757.072
71	148.234,19	163.700	225.561	-77.327	5.979.445.341
72	30.620,72	57.236	163.700	-133.079	17.709.978.898
73		Πρόβλεψη Ιανουαρίου 2008	57.236		
				Σύνολο MSE RMSE	1.663.670.695.611 23.431.981.628 153.075

Η πρόβλεψη για το μήνα Ιανουάριο είναι 57.236 ενώ το σφάλμα 153.075

5.3 Μοντέλο πρόβλεψης με τη γραμμική παλινδρόμηση

Σ' αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τις προβλέψεις για τον ίδιο επόμενο μήνα με βάση τη γραμμική παλινδρόμηση. Εδώ θα παρουσιάσουμε αναγκαστικά δύο πίνακες: στον πρώτο θα υπολογίσουμε τους συντελεστές α , β και στον επόμενο πίνακα θα δείξουμε τον υπολογισμό της πρόβλεψης και του σφάλματος.

Πίνακας 5.3.1. Υπολογισμός συνόλων για τους συντελεστές α, β της ευθείας παλινδρόμησης για τα έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Y_t	tY_t	t^2
1	95.447,93	95.448	1
2	75.823,43	151.647	4
3	150.346,55	451.040	9
4	53.570,13	214.281	16
5	127.820,77	639.104	25

6	103.569,41	621.416	36
7	134.699,04	942.893	49
8	103.263,56	826.108	64
9	140.419,74	1.263.778	81
10	69.126,68	691.267	100
11	122.614,83	1.348.763	121
12	54.556,18	654.674	144
13	73.329,86	953.288	169
14	115.367,20	1.615.141	196
15	41.812,57	627.189	225
16	119.123,12	1.905.970	256
17	145.916,66	2.480.583	289
18	90.760,86	1.633.695	324
19	152.054,28	2.889.031	361
20	136.827,07	2.736.541	400
21	144.974,52	3.044.465	441
22	59.525,95	1.309.571	484
23	144.036,36	3.312.836	529
24	42.274,25	1.014.582	576
25	41.168,52	1.029.213	625
26	48.740,76	1.267.260	676
27	88.664,74	2.393.948	729
28	126.118,04	3.531.305	784
29	136.863,96	3.969.055	841
30	83.552,62	2.506.579	900
31	189.831,75	5.884.784	961
32	72.312,98	2.314.015	1.024
33	158.030,74	5.215.014	1.089
34	189.386,90	6.439.155	1.156
35	197.664,05	6.918.242	1.225
36	43.195,51	1.555.038	1.296
37	44.288,64	1.638.680	1.369
38	22.772,29	865.347	1.444
39	946.052,66	36.896.054	1.521
40	45.441,35	1.817.654	1.600
41	115.133,16	4.720.460	1.681
42	87.759,54	3.685.901	1.764
43	191.616,36	8.239.503	1.849
44	61.994,56	2.727.761	1.936
45	132.945,90	5.982.566	2.025

46	65.260,92	3.002.002	2.116	
47	124.201,54	5.837.472	2.209	
48	88.532,49	4.249.560	2.304	
49	94.161,02	4.613.890	2.401	
50	45.421,84	2.271.092	2.500	
51	97.517,78	4.973.407	2.601	
52	40.589,98	2.110.679	2.704	
53	133.275,68	7.063.611	2.809	
54	137.562,63	7.428.382	2.916	
55	222.198,07	12.220.894	3.025	
56	45.888,34	2.569.747	3.136	
57	134.074,90	7.642.269	3.249	
58	36.539,05	2.119.265	3.364	
59	128.406,73	7.575.997	3.481	
60	38.540,15	2.312.409	3.600	
61	68.916,98	4.203.936	3.721	
62	67.748,69	4.200.419	3.844	
63	138.387,87	8.718.436	3.969	
64	55.319,05	3.540.419	4.096	
65	-24.150,35	-1.569.773	4.225	
66	103.016,26	6.799.073	4.356	
67	191.551,44	12.833.946	4.489	
68	160.254,01	10.897.273	4.624	
69	275.407,06	19.003.087	4.761	
70	218.764,72	15.313.530	4.900	
71	148.234,19	10.524.627	5.041	
72	30.620,72	2.204.692	5.184	
ΣΥΝΟΛΑ	2.628	8.387.037,74	313.681.186	127.020

Χρειαζόμαστε τα αθροίσματα για να μπορούμε να υπολογίσουμε συντελεστές α, β της Γραμμικής Παλινδρόμησης. Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε τον υπολογισμό των α, β με τις συναρτήσεις που έχουμε αναφέρει στην υποενότητα 4.3. Στη περίπτωση μας το α ισούται με 107.620 και το β ισούται με 243. Ο πίνακας 5.3.2 που ακολουθεί μας δείχνει την εξίσωση της ευθείας και τις προβλέψεις που έχουμε βρει όπως και τους υπολογισμούς για το σφάλμα.

Πίνακας 5.3.2. Υπολογισμοί της πρόβλεψης και του σφάλματος για τα έσοδα της δημοτικής επιχείρησης

Ο χρόνος ανά μήνα t	Παρατηρήσεις Yt	Προβλεπόμενες Τιμές $Y_t=107.620+243t$	$(y_t - \hat{y}_t)$ Απόκλιση	Το τετράγωνο της Απόκλισης $(y_t - \hat{y}_t)^2$
1	95.447,93	107.863	-12.415	154.133.963
2	75.823,43	108.106	-32.283	1.042.164.326
3	150.346,55	108.349	41.998	1.763.794.206
4	53.570,13	108.592	-55.022	3.027.406.178
5	127.820,77	108.835	18.986	360.459.462
6	103.569,41	109.078	-5.509	30.344.564
7	134.699,04	109.321	25.378	644.044.914
8	103.263,56	109.564	-6.300	39.695.544
9	140.419,74	109.807	30.613	937.139.850
10	69.126,68	110.050	-40.923	1.674.718.120
11	122.614,83	110.293	12.322	151.827.495
12	54.556,18	110.536	-55.980	3.133.740.247
13	73.329,86	110.779	-37.449	1.402.438.087
14	115.367,20	111.022	4.345	18.880.763
15	41.812,57	111.265	-69.452	4.823.640.033
16	119.123,12	111.508	7.615	57.990.053
17	145.916,66	111.751	34.166	1.167.292.323
18	90.760,86	111.994	-21.233	450.846.234
19	152.054,28	112.237	39.817	1.585.415.787
20	136.827,07	112.480	24.347	592.779.818
21	144.974,52	112.723	32.252	1.040.160.542
22	59.525,95	112.966	-53.440	2.855.838.944
23	144.036,36	113.209	30.827	950.326.125
24	42.274,25	113.452	-71.178	5.066.272.095
25	41.168,52	113.695	-72.526	5.260.090.301
26	48.740,76	113.938	-65.197	4.250.680.104
27	88.664,74	114.181	-25.516	651.079.524
28	126.118,04	114.424	11.694	136.750.572
29	136.863,96	114.667	22.197	492.705.033
30	83.552,62	114.910	-31.357	983.285.280
31	189.831,75	115.153	74.679	5.576.915.702
32	72.312,98	115.396	-43.083	1.856.146.612
33	158.030,74	115.639	42.392	1.797.059.620
34	189.386,90	115.882	73.505	5.402.970.324
35	197.664,05	116.125	81.539	6.648.616.675
36	43.195,51	116.368	-73.172	5.354.213.293
37	44.288,64	116.611	-72.322	5.230.523.756
38	22.772,29	116.854	-94.082	8.851.368.157
39	946.052,66	117.097	828.956	687.167.486.246
40	45.441,35	117.340	-71.899	5.169.415.872
41	115.133,16	117.583	-2.450	6.001.716
42	87.759,54	117.826	-30.066	903.992.017
43	191.616,36	118.069	73.547	5.409.214.163
44	61.994,56	118.312	-56.317	3.171.654.048
45	132.945,90	118.555	14.391	207.098.003
46	65.260,92	118.798	-53.537	2.866.218.935
47	124.201,54	119.041	5.161	26.631.173
48	88.532,49	119.284	-30.752	945.655.367
49	94.161,02	119.527	-25.366	643.432.941

50	45.421,84	119.770	-74.348	5.527.648.895
51	97.517,78	120.013	-22.495	506.034.923
52	40.589,98	120.256	-79.666	6.346.674.743
53	133.275,68	120.499	12.777	163.243.552
54	137.562,63	120.742	16.821	282.933.594
55	222.198,07	120.985	101.213	10.244.085.539
56	45.888,34	121.228	-75.340	5.676.064.369
57	134.074,90	121.471	12.604	158.858.295
58	36.539,05	121.714	-85.175	7.254.772.108
59	128.406,73	121.957	6.450	41.599.017
60	38.540,15	122.200	-83.660	6.998.970.502
61	68.916,98	122.443	-53.526	2.865.034.817
62	67.748,69	122.686	-54.937	3.018.108.030
63	138.387,87	122.929	15.459	238.976.662
64	55.319,05	123.172	-67.853	4.604.022.824
65	-24.150,35	123.415	-147.565	21.775.532.521
66	103.016,26	123.658	-20.642	426.081.430
67	191.551,44	123.901	67.650	4.576.582.032
68	160.254,01	124.144	36.110	1.303.932.822
69	275.407,06	124.387	151.020	22.807.058.522
70	218.764,72	124.630	94.135	8.861.345.509
71	148.234,19	124.873	23.361	545.745.198
72	30.620,72	125.116	-94.495	8.929.357.942
73	Προβλεψη Ιανουαρίου 2008	125.359		
			Σύνολο	915.133.218.953
			MSE	12.710.183.597
			RMSE	112.739

Επίλογος - Συμπεράσματα

Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει συνοπτικά τα αποτελέσματα όλων των μοντέλων πρόβλεψης για το μήνα Ιανουάριο 2008 για κάθε ένα μοντέλο πρόβλεψης που χρησιμοποιήσαμε.

Πίνακας 6.1. Τα αποτελέσματα των μοντέλων για τα έσοδα της δημοτικής Επιχείρησης

	ΠΡΟΒΛΕΨΗ	RMSE
Κινητός Μέσος Όρος Πέμπτης Τάξης	166.656,14	131.216,98
Κινητός Μέσος Όρος Έκτης Τάξης	170.805,36	127.947,29
Κινητός Μέσος Όρος Έβδομης Τάξης	161.121,20	127.772,58
Κινητός Μέσος Όρος Όγδοης Τάξης	137.962,26	125.984,87
Κινητός Μέσος Όρος Ένατης Τάξης	128.779,68	127.558,80
Εκθετική Εξομάλυνση $\alpha=0,2$	130.704	121.698
Εκθετική Εξομάλυνση $\alpha=0,3$	129.841	125.857
Εκθετική Εξομάλυνση $\alpha=0,5$	105.949	135.355
Εκθετική Εξομάλυνση $\alpha=0,7$	72.839	146.567
Εκθετική Εξομάλυνση $\alpha=0,8$	57.236	153.075
Γραμμική Παλινδρόμηση	125.359	112.739

Μπορούμε να διακρίνουμε ότι το μοντέλο που έχει μικρότερο σφάλμα (RMSE) είναι η γραμμική παλινδρόμηση με $RMSE= 112.739$. Το σφάλμα και στα τρία μοντέλα είναι μεγάλο και οπωσδήποτε δημιουργεί σοβαρά προβλήματα στην επίτευξη του στόχου μας που είναι η όσο το δυνατό καλύτερη πρόβλεψη.

Επιπλέον, αν παρατηρήσουμε το μέγεθος της πρόβλεψης για τον επόμενο μήνα θα δούμε ότι την υψηλότερη τιμή πρόβλεψης παρουσιάζει ο κινητός μέσος όρος έκτης τάξης με 170.805,36 ενώ η εκθετική εξομάλυνση με 0,8 δίνει την μικρότερη τιμή πρόβλεψης (57.236). Επίσης το μεγαλύτερο σφάλμα

παρουσιάζει η εκθετική εξομάλυνση με 153.075 και το μικρότερο σφάλμα δίνει η γραμμική παλινδρόμηση με 112.739.

Μετά την ανάλυση του πίνακα που παραθέσαμε παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο πρόβλεψης που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η γραμμική παλινδρόμηση η οποία δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα στην περίπτωση της χρονολογικής σειράς για τα έσοδα της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. Αναφέρουμε επίσης ότι σε μια παρόμοια εργασία το μοντέλο που έδινε τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν η εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0,2$ ³⁴.

Τέλος, τα σφάλματα όλων των μοντέλων είναι μεγάλα και αυτό οφείλεται στην πολύ ασταθή φύση των υπό εξέταση χρονολογικών σειρών³⁵. Χρειαζόμαστε πιο ακριβή μοντέλα πρόβλεψης για τα έσοδα των Δημοτικών Επιχειρήσεων, καθώς είναι επιθυμητές οι μικρές αποκλίσεις, τα οποία δεν μπορούμε να συζητήσουμε εδώ, όπως π.χ. είναι μοντέλα Box-Jenkins³⁶.

Σ' αυτό το σημείο αναρωτιέται κανείς πως μπορεί να γίνει η όσο το δυνατόν καλύτερη αξιοποίηση των εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. όταν τα μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε ήταν αρκετά ανακριβή. Η αιτία, φυσικά, είναι ότι οι προβλέψεις που γίνονται χρησιμοποιώντας ατελή μοντέλα είναι πολύ πιο ανώτερες σε σύγκριση με την μη ύπαρξη μοντέλων καθόλου. Παρά το γεγονός ότι υπάρχουν πολλά προβλήματα στα στατιστικά – οικονομικά μοντέλα πρόβλεψης μια σημαντική εξέλιξη σε αυτά προκάλεσε μεγάλο ενθουσιασμό: ήταν τα μοντέλα Box-Jenkins που αναπτύχθηκαν τη δεκαετία του 1970. Πολλοί οργανισμοί έχουν αρχίσει να εφαρμόζουν την τεχνική Box-Jenkins και θα δώσουμε μόνο μια γενική άποψη για το τι κάνουν αυτά τα μοντέλα ρίχνοντας μια γρήγορη ματιά στα πλεονεκτήματα και στα μειονεκτήματά τους.

Τα πλεονεκτήματα των μοντέλων Box – Jenkins είναι τα εξής:

³⁴Κρεμμύδα Δ., *Προβλέψεις εσόδων με την χρήση χρονολογικών σειρών για την Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης – Αποχέτευσης του δήμου Κρανιδίου*, Πτυχιακή εργασία, ΤΕΙ Καλαμάτας, Καλαμάτα 2008, σελ. 87 – 88.

³⁵Παραπλήσια συμπεράσματα βγαίνουν και από άλλες παρόμοιες έρευνες: Βλασσάκη Ε., *Προβλέψεις Ζήτησης Αίματος με Χρήση Χρονολογικών Σειρών για το Τμήμα Αιμοδοσίας του Γενικού Νοσοκομείου Ηρακλείου «Βενιζέλειο – Πανάκειο»*. Πτυχιακή εργασία, ΤΕΙ Καλαμάτας, Καλαμάτα 2005, σελ. 86 – 87 και Πατσόπουλος Δ., *Χρήση Στατιστικών Μοντέλων για την Πρόβλεψη Ζήτησης Μονάδων Αίματος*, Επιθεώρηση Υγείας, τεύχος 104, Ιανουάριος – Φεβρουάριος 2007, σελ.42.

³⁶Mendenhall W., Reinmuth J. E., Beaver R. J., *Statistics for Management and Economics*, 7th ed., Duxbury Press, 1993, σελ. 703-706.

1. Για κάθε συγκεκριμένη χρονολογική σειρά το μοντέλο πρόβλεψης Box-Jenkins θα είναι το βέλτιστο που ταιριάζει στα δεδομένα και ελαχιστοποιείται το λάθος της πρόβλεψης όπως υπολογίζεται από το MSE.
2. Η προσέγγιση Box-Jenkins επιτρέπει μια συστηματική διαδικασία για την ανάπτυξη του μοντέλου. Θα καθορίσει το μοντέλο το οποίο είναι το καλύτερο για κάθε σύνολο δεδομένων μιας χρονολογικής σειράς.
3. Τα σφάλματα στην πρόβλεψη τα οποία δημιουργήθηκαν από ένα μοντέλο Box-Jenkins έχουν γνωστή στατιστική κατανομή και έτσι μπορούν να γίνουν υπολογισμοί διαστημάτων εμπιστοσύνης.

Τα μειονεκτήματα των μοντέλων Box-Jenkins γενικά χωρίζονται σε δυο κατηγορίες:

1. Μια ευρεία ποικιλία μελετών έχει δείξει ότι οι προβλέψεις που προκύπτουν από τα μοντέλα Box-Jenkins σε όλες τις περιπτώσεις δεν είναι καλύτερες από άλλες που εξετάστηκαν νωρίτερα στο πέμπτο κεφάλαιο.
2. Ένα πρακτικό τεστ για το πόσο χρήσιμο είναι ένα μοντέλο πρόβλεψης σε επιχειρησιακές οργανώσεις είναι:
 - α) Το μοντέλο πρέπει να είναι αρκετά απλό για να είναι κατανοητό από αυτούς που το χρησιμοποιούν ή
 - β) Το μοντέλο θα πρέπει να είναι τόσο καλό που οι άνθρωποι απλά θα το χρησιμοποιούν χωρίς να το καταλαβαίνουν

Τα μοντέλα Box-Jenkins δεν είναι σχεδόν ποτέ εύκολα και κατανοητά. Έτσι αν και οι οργανώσεις – επιχειρήσεις έχουν αρχίσει να ασχολούνται με αυτά δεν είναι η κύρια τεχνική πρόβλεψης που χρησιμοποιούν οι περισσότερες από αυτές³⁷.

Σε κάθε περίπτωση πιστεύουμε και ελπίζουμε ότι τα μοντέλα προβλέψεων που παρουσιάσαμε στην εργασία μπορούν να γίνουν ένα επιπλέον εργαλείο για την αποδοτικότερη διαχείριση και αξιοποίηση των εσόδων της Δ.Ε.Υ.Α.Κ. ή μιας οποιασδήποτε άλλης επιχείρησης.

³⁷ Groebner D. F., Shannon P.W., Business Statistics, *A Decision making Approach*, Merrill Publishing Company, 3rd edition Columbus, Ohio, 1989, σελ.835-836.

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

- ❖ Δ.Δ. : Δημοτικό Διαμέρισμα
- ❖ Δ.Ε.Υ.Α.Κ. : Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης Αποχέτευσης Κατερίνης

- ❖ Χ.Υ.Τ.Α. : Χώρος Υγειονομικής Ταφής Απορριμμάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική Βιβλιογραφία:

- Ασημακόπουλος Δ., Αραμπατζής Γ., *Τεχνικές Ανάλυσης Δεδομένων και Λήψης Αποφάσεων με Χρήση Microsoft Excel*, εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2002.
- Βλασσάκη Ε., *Προβλέψεις Ζήτησης Αίματος με Χρήση Χρονολογικών σειρών για το τμήμα Αιμοδοσίας του Γενικού Νοσοκομείου Ηρακλείου «ΒΕΝΙΖΕΛΕΙΟ - ΠΑΝΑΝΕΙΟ»*, Πτυχιακή Εργασία, Τ.Ε.Ι. Καλαμάτας, Τμήμα ΔΜΥΠ, Καλαμάτα 2005.
- Ενημερωτικό Έντυπο από τη Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης Αποχέτευσης Κατερίνης.
- Καραγιάννης, *Το Οικονομικό Διαχειριστικό Λογιστικό Σύστημα των Δήμων*, εκδόσεις Καραναστάση Γ.Μ., Αθήνα 2002.
- Κρεμμύδα Δ., *Προβλέψεις Εσόδων με την Χρήση Χρονολογικών Σειρών για την Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης – Αποχέτευσης του Δήμου Κρανιδίου*, Πτυχιακή Εργασία, Τ.Ε.Ι. Καλαμάτας, Τμήμα ΧΡΗΜΕ, Καλαμάτα 2008.
- Μαυροειδή – Παπαδάκη Σ., *Γενική Σχολική Εγκυκλοπαίδεια Υδρία*, εκδόσεις Γ. Αξιωτέλης, Αθήνα 1990.
- Παπαδήμας Ο., Κοίλιας Χ., *Εφαρμοσμένη Στατιστική (τέταρτη έκδοση)*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα 2002.

- Πατσόπουλος Δ., Χρήση Στατιστικών Μοντέλων για την Πρόβλεψη Ζήτησης Μονάδων Αίματος, *Επιθεώρηση Υγείας*, τεύχος 104 Ιανουάριος-Φεβρουάριος 2007, σελ. 37 - 42.

- Χαλκιάς Ι. Γ., *Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις*, Εκδόσεις Rosili, 2^η έκδοση, Αθήνα 2002.

- Χρ. Ν. Τότση, *Ερμηνεία Κώδικα Φορολογικών Στοιχείων*, άρθρο 20§4, Αθήνα 1987.

- Χρ. Ν. Τότση, *Η Φορολογία του Εισοδήματος*, Αθήνα 1985, τόμοι 2.

- Χρ. Ν. Τότση, *Η Φορολογία του Κύκλου Εργασιών*, έκδοση 5^η, Αθήνα 1978.

- Χρ. Ν. Τότση, *Κώδικας Φορολογικών Στοιχείων*, Αθήνα 1991.

Ξένη Βιβλιογραφία:

- Groebner D. F., Shannon P.W. *Business Statistics, A Decision making Approach*, Merrill Publishing Company, 3rd edition Columbus, Ohio, 1989.

- Mendenhall W., Reinmuth J. E., Beaver R. J., *Statistics for Management and Economics*, 7th ed., Duxbury Press, 1993.

- Miller D. M., Cavanos G. C., *An Introduction to Modern Business Statistics*, Duxbury Press, 1999.

Πηγές Internet

- [El.wikipedia.org](http://el.wikipedia.org), ημερομηνία πρόσβασης 15/02/2008

- www.katerini.gr, ημερομηνία πρόσβασης 10/02/2008.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΙΣΟΖΥΓΙΟ 2006

Κωδικός	Περιγραφή	Ιαν	Ιαν	Φεβ	Φεβ	Μαρ	Μαρ	Απρ	Απρ	Μαί	Μαί	Ιουν	Ιουν	Ιουλ	Ιουλ	Αυγ	Αυγ	Σεπ	Σεπ	Οκτ	Οκτ	Νοε	Νοε	Δεκ	Δεκ	
73	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΠΑΡΟΧΗ ΥΠΗΡΕΣΙΩΝ	0	14 721,47	0	39 559,12	0	23 346,78	0	28 190,47	72,54	38 588,81	0	30 567,74	0	22 906,55	0	30 366,38	0	28 446,07	0	25 900,13	0	28 897,79	38 922,25	2 618 147,69	
73-00	ΠΩΛΗΣΕΙΣ ΥΔΑΤΟΣ	0	179,14	0	316,53	0	323,58	0	677,58	0	901,2	0	457,52	0	289,06	0	685,05	0	429,64	0	581,71	0	518,45	0	1 169 610,63	
73-00-00	ΠΑΓΙΟ ΤΕΛΟΣ ΥΔΡΕΥΣΗΣ	0	134,44	0	234,84	0	216,95	0	406,38	0	737,86	0	406,23	0	156,56	0	373,51	0	242,78	0	347,14	0	341,96	0	717 716,84	
73-00-01	ΔΕΙΑ ΚΑΤΑΝΑΛΩΚΟΜΕΝΟΥ ΝΕΡΟΥ	0	43,7	0	81,89	0	106,63	0	271,2	0	163,34	0	51,29	0	143,4	0	311,54	0	186,86	0	234,57	0	176,49	0	471 893,79	
73-02	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΕΝΟΙΚΙΑΙΕΓΓΥΗΣΕΙΣ/ΥΔ	0	11,35	0	38,39	0	16,5	0	34,88	0	60,72	0	25,83	0	12,02	0	24,04	0	16,06	0	26,36	0	22,94	0	58 436,02	
73-02-00	ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ ΥΔΡΟΜΕΤΡΟΥ	0	11,35	0	38,39	0	16,5	0	34,88	0	60,72	0	25,83	0	12,02	0	24,04	0	16,06	0	26,36	0	22,94	0	58 436,02	
73-03	ΤΕΛΗ ΧΡΗΣΕΩΣ ΥΠΟΝΟΜΩΝ	0	307,68	0	385,64	0	279,83	0	1 377,43	0	1 293,35	0	391,58	0	407,16	0	454,2	0	322,72	0	615,98	0	524,12	0	1 328 361,01	
73-03-00	ΠΑΓΙΟ ΤΕΛΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΥΠΟΝΟΜΩΝ	0	250,39	0	333,68	0	237,6	0	477,33	0	1 129,89	0	356,46	0	204,52	0	323,69	0	126,68	0	386,85	0	374,06	0	820 126,33	
73-03-01	ΕΣΟΔ ΧΡΗΣΗΣ ΥΠΟΝ ΒΑΣΕΙ ΚΑΤ/ΣΗΣ	0	57,29	0	51,96	0	42,23	0	900,1	0	163,66	0	35,12	0	202,64	0	130,51	0	196,04	0	229,31	0	200,06	0	408 234,88	
73-08	ΤΕΛΗ ΣΥΝΔ. ΜΕ ΔΙΚΤΥΟ ΥΔΡΕΥΣΗΣ/ΔΕ	0	4 178,03	0	7 382,86	0	8 285,45	0	9 112,82	0	12 093,15	0	7 488,13	0	8 274,34	0	9 252,74	0	7 816,32	0	5 341,86	0	8 196,00	0	7 229,12	
73-08-00	ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΔΕΣ. ΜΕ ΔΙΚΤΥΟ ΥΔΡ/ΔΕ	0	4 178,03	0	7 382,86	0	8 285,45	0	9 112,82	0	12 093,15	0	7 488,13	0	8 274,34	0	9 252,74	0	7 816,32	0	5 341,86	0	8 196,00	0	7 229,12	
73-07	ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΔ. ΜΕ ΔΙΚΤ. ΑΠΟΧ. (ΑΔ.ΣΥ)	0	9 174,81	0	30 672,34	0	13 342,42	0	14 349,38	0	23 611,11	0	20 773,77	0	12 687,31	0	18 779,45	0	16 554,81	0	18 211,42	0	20 742,72	0	31 600,75	
73-07-00	ΤΕΛΟΣ ΣΥΝΔ. ΜΕ ΥΠΟΝ. (ΑΔ.ΣΕΙΣ ΣΥΝ)	0	9 174,81	0	30 672,34	0	13 342,42	0	14 349,38	0	23 611,11	0	20 773,77	0	12 687,31	0	18 779,45	0	16 554,81	0	18 211,42	0	20 742,72	0	31 600,75	
73-08	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΔΑΠΑΝΕΣ ΔΑΚΝ/ΣΕΩΝ-ΣΥ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	249,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
73-08-00	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΥΔΡΕΥΣ. ΔΕΥ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	249,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
73-09	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΔΑΠΑΝΕΣ ΔΙΑΚΝ/ΣΕΩΝ-Σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
73-09-00	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΑΠΟΧ. ΔΕΥΑΚ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
73-14	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΕΠΑΝΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ	0	873,46	0	763,36	0	1 101,00	0	638,58	0	1 409,28	0	1 181,74	0	1 203,78	0	990,9	0	1 306,52	0	1 123,02	0	983,56	0	910,16	
73-14-00	ΕΣΟΔ. ΑΠΟ ΕΠΑΝ/ΣΕΙΣ (ΣΦΡΑΓ. -ΑΠΟΣ)	0	873,46	0	763,36	0	1 101,00	0	638,58	0	1 409,28	0	1 181,74	0	1 203,78	0	990,9	0	1 306,52	0	1 123,02	0	983,56	0	910,16	
73-98	ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ ΠΩΛΗΣΕΩΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	72,54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
73-98-02	ΕΚΠΤΩΣ. ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΧΩΡΙΣ ΦΠΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
74	ΕΠΙΧΟΡΗΓΗΣΕΙΣ & ΔΙΑΦΟΡΑ ΕΣΟΔΑ	0	1 253,81	0	3 089,56	0	3 027,30	0	1 488,75	0	3 858,30	0	14 887,00	0	977,98	0	3 629,21	0	387,71	0	2 195,63	0	3 494,40	0	954 853,39	
74-03	ΕΣΟΔΑ ΕΙΔΙΚΩΝ ΤΕΛΩΝ	0	245,81	0	252,58	0	275,03	0	528,75	0	722,8	0	368,05	0	239,99	0	548,21	0	387,71	0	565,13	0	413,4	0	951 772,39	
74-03-00	ΕΣΟΔΑ ΕΙΔΙΚΟΥ ΤΕΛΟΥΣ 90% ΕΠΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΝΕΡΟΥ	0	245,81	0	252,58	0	275,03	0	528,75	0	722,8	0	368,05	0	239,99	0	548,21	0	387,71	0	565,13	0	413,4	0	951 772,39	
74-03-01	ΠΑΓΙΟ ΥΔΡΕΥ. ΜΕ ΕΙΔ. ΤΕΛΟΣ 80%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	377 369,82	
74-99	ΟΑΕΔ (ΕΠΙΧΟΡΗΓΗΣΕΙΣ)	0	1 008,00	0	2 813,98	0	2 752,30	0	960	0	3 135,50	0	14 320,95	0	738	0	3 081,00	0	0	0	1 630,50	0	3 081,00	0	3 081,00	
74-99-00	ΕΠΙΧ/ΣΕΙΣ ΑΠΟ ΟΑΕΔ (ΠΡΑΚΤΙΚΗ κ.λ.π)	0	1 008,00	0	0	0	0	0	960	0	3 135,50	0	11 506,87	0	738	0	0	0	0	0	1 630,50	0	0	0	0	
74-99-01	ΕΠΙΧ/ΣΗ ΑΜΕΑ ΥΠ. ΑΠΟΦ. 33700/9-7-99	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
75	ΕΣΟΔΑ ΠΑΡΕΠΟΜΕΝΩΝ ΔΙΣΧΟΛΙΩΝ	0	76 497,48	0	2 314,88	0	89 244,78	0	10 577,37	0	88 251,51	0	91 398,59	0	167 371,94	0	11 171,55	0	106 638,06	0	8 273,38	0	95 434,92	0	88 974,81	
75-00	ΑΠΟ ΠΑΡΟΧΗ ΥΠΗΡΕΣΙΩΝ ΣΕ ΤΡΙΤΟ	0	76 342,18	0	2 314,88	0	89 186,74	0	10 504,82	0	88 183,47	0	90 642,23	0	188 249,06	0	11 128,02	0	108 580,92	0	8 258,87	0	95 434,92	0	88 945,59	
75-00-04	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΕΠΕΞ/ΣΙΑ ΛΥΜΝΩΝ ΒΙΟ	0	498,48	0	350,18	0	1 091,74	0	1 208,02	0	1 143,42	0	87 710,18	0	1 201,56	0	1 337,22	0	1 078,82	0	1 088,20	0	1 048,52	0	820,42	
75-00-05	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ Χ.Υ.Τ.Α	0	75 445,70	0	1 455,70	0	88 095,00	0	9 296,80	0	84 904,45	0	2 832,05	0	188 047,50	0	9 790,80	0	105 502,10	0	7 001,85	0	94 386,40	0	86 125,17	
75-00-99	ΛΟΙΠΑ ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΠΑΡΟΧΗ ΥΠΗΡΕΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2 145,80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
75-03	ΕΣΟΔ. ΑΠΟ ΠΡΟΝ. ΚΑΙ ΔΙΟΙΚ. ΠΑΡΑΧΩ	0	65,3	0	0	0	58,04	0	72,55	0	58,04	0	756,36	0	8 122,88	0	43,53	0	58,04	0	14,51	0	0	0	0	29,02
75-03-09	ΕΣΟΔ. ΠΩΛΗΣΗΣ ΤΕΥΧΩΝ ΔΗΜΟΣΠΡΑΤΗΣ-ΧΑΡΤΕΣ ΠΟΛΕΩΣ Κ.Τ.Α	0	65,3	0	0	0	58,04	0	72,55	0	58,04	0	756,36	0	8 122,88	0	43,53	0	58,04	0	14,51	0	0	0	0	29,02
76	ΕΣΟΔΑ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ	0	1 778,26	0	481,28	0	1 898,83	0	2 333,39	0	1 869,60	0	909,3	0	941,59	0	721,2	0	822,16	0	189,91	0	579,82	0	128 205,62	
76-03	ΛΟΙΠΟΙ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΙ ΤΟΚΟΙ	0	1 778,26	0	481,28	0	1 898,83	0	2 333,39	0	1 869,60	0	909,3	0	941,59	0	721,2	0	822,16	0	189,91	0	579,82	0	128 205,62	
76-03-00	ΤΟΚΟΙ ΚΑΤΑΘΕΣΕΩΝ ΤΡΑΠΕΖ. ΕΣΩΤΕΡ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	478,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	399,12	
76-03-03	ΤΟΚΟΙ ΧΟΡΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΔΑΝΕΙΩΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-279,32	
76-03-04	ΤΟΚΟΙ ΤΡΕΧ/ΜΕΝΩΝ ΛΟΓΑΡ. ΠΕΛΑΤΩΝ	0	1 778,26	0	481,28	0	1 898,83	0	2 333,39	0	1 869,60	0	431,17	0	941,59	0	721,2	0	822,16	0	189,91	0	579,82	0	128 085,62	
78	ΙΔΙΟΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΑΓΙΩΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
78-00	ΙΔΙΟΠΑΡΑΓΩΓΗ & ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
78-00-02	ΙΔΙΟΠΑΡ. ΜΗΧ/ΤΩΝ-ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΚΑΤ.-ΛΟΙΠΟΥ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
74-99-03	ΕΠΙΧ/ΣΗ ΑΠΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΟΛΟΚΛ/ΝΗΣ ΠΕΡΜΒΑΣΗΣ "ΚΑΤΕΡΙΝΑ"	0	0	0	2 813,98	0	2 752,36	0	0	0	0	0	2 813,98	0	0	0	3 081,00	0	0	0	0	0	3 081,00	0	3 081,00	
73-98-04	ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ (ΠΩΛΗΣΕΩΝ) ΕΣΟΔΩΝ 18%	0	0	0	0	0	0	0	0	72,54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	31 052,44	
75-00-98	ΕΣΟΔΑ ΑΠΟ ΔΑΝΕΙΣΜΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	0	0	0	0	0																				